KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 1 — ROČNÍK 39 matik.strom.sk

Ahoj!

Práve sa ti dostal do rúk časopis MATIKa! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si siedmak, ôsmak alebo deviatak, je presne pre teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým. V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na tvoje riešenia!

vedúci MATIKa

Ako bude

Pravidlá súťaže

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií a 1. ročníka päťročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší žiaci, v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako siedmaci.

Každý ročník pozostáva z dvoch semestrov – zimného a letného – ktoré sú zakončené matematickým sústredením pre najlepších riešiteľov. Jeden semester sa skladá z dvoch sérií, z ktorých každá obsahuje 6 úloh spravidla zoradených od najľahšej po najťažšiu.

Registrácia

Registrovať do semestra sa vieš vytvorením profilu na našej webovej stránke. Následne si vyplň povinné údaje v užívateľskom profile – Aktualizovať profil v sekcii Správa účtu. Tieto údaje potrebujeme, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole, v prípade pozývania na sústredenie a tiež, aby sme ťa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálnej časti semináru. Prihláška je povinná pre všetkých riešiteľov semináru. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich posielal elektronicky.

Aby sme ti celý proces registrácie a vyplnenia profilu na našej stránke uľahčili, vytvorili sme na stránke `seminar.strom.sk/media/uploads/navod.pdf` jednoduchý návod.

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a ani nikomu nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovami rozhodne nešetri. Nezabúdaj, že ak má byť tvoje riešenie matematicky správne, tak musí obsahovať **presné výpočty**, takže čísla, s ktorými počítaš, nemôžu byť zaokrúhlené (napr. ak použiješ kalkulačku, ktorá každú hodnotu spočíta len na určitý počet desatinných miest) alebo odmerané pravítkom. Zároveň opravovateľ musí **vedieť skontrolovať** tvoje riešenie za **primeraný čas**, takže priložiť 100 000 možností vypísaných počítačom nemôžeme ohodnotiť plným počtom bodov.

Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne MATIK.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke `matik.strom.sk`. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20.00. Dbaj na presné dodržanie termínu odovzdania, či už budeš riešenia posielať poštou, alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti budeme strhávať body). V prípade technických problémov na našej strane posielaj riešenia na e-mailovú adresu `riesenia@strom.sk` s predmetom MATIK vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20.00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený.

Bodovanie

Bodovanie úloh závisí od správnosti a kvality riešenia a za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžeš získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh, preto sa neboj poslať aj svoje neúplné riešenia. Ak budú obsahovať dobré nápady, radi ti za ne dáme nejaké body.

Do celkového poradia sa započítavajú body takto:

- **deviataci, kvarta, prváci na päťročnom gymnáziu**: všetky vyriešené úlohy,
- **ôsmaci, tercia**: päť najlepšie vyriešených úloh plus štvrtý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh,
- **siedmaci, sekunda**: päť najlepšie vyriešených úloh plus druhý najvyšší bodový zisk z týchto piatich úloh.

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

V prípade, že nie si spokojný s bodovým ohodnotením svojho riešenia, môžeš nám do dvoch týždňov od rozoslania riešení mailom na adresu `matik@strom.sk` zaslať sťažnosť a tá bude prešetrená.

Príklad

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3+2+4+1+5+4=19$ bodov, Jaro $(3+2+4+5+4)+3=21$ bodov a Marcel $(3+2+4+5+4)+4=22$ bodov. Jasné, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne.

- Do 24 hodín: udeľujeme 2/3 bodov zaokrúhlené nahor.
- Viac ako 24 hodín a do štyroch dní: 1/2 bodov zaokrúhlenú nahor.
- Viac ako štyri dni: riešenie neopravujeme.

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime

nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každej úlohe je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu `matik@strom.sk`.

Sústredenie

Sústredenie je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Sústredenie je určené najmä pre siedmakov až deviatakov na základných školách (a žiakov zodpovedajúcich ročníkov na viacročných gymnáziách), mladší žiaci môžu byť pozvaní ako náhradníci. V prvom rade sú pozvaní víťazi Lomihlava a tí riešitelia *MATIK*a, ktorí získali v semestri aspoň 30 bodov. Ďalší účastníci sú pozývaní podľa poradia Lomihlava. V prípade nízkeho počtu riešiteľov je možné pozvať na sústredenie aj riešiteľov z minulého semestra podľa poradia alebo riešiteľov, ktorí nedosiahli hranicu 30 bodov alebo riešiteľov súťaže Máš problém?!, ktorí sa v svojej kategórii umiestnili na jednom z prvých troch miest.

Účasť na sústredení je podmienená účasťou na celej dĺžke trvania sústredenia. O prípadnú výnimku je nutné požiadať kontaktnú osobu e-mailom alebo v prihlasovacom formulári. Kontaktná osoba túto žiadosť posúdi a v čo najbližšom čase zašle odpoveď. V prípade porušenia tejto podmienky môžu organizátori účastníka nepozvať na najbližšie sústredenie.

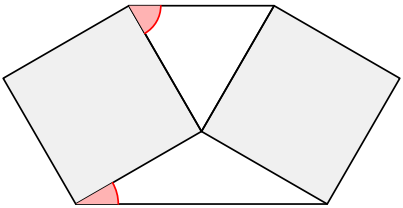
Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **???**

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na `matik.strom.sk`.

Úloha 1

Ovčie ohrady sú v tvare dvoch rovnakých štvorcov s jedným spoločným vrcholom. Aký je súčet vyznačených uhlov?



Úloha 2

Paša pre ovce je štvorčeková mriežka v tvare obdĺžnika. Ovce sú v štvorčekovej mriežke umiestnené tak, že v každom štvorčeku sa nachádza najviac jedna ovca. Všetky riadky majú navzájom rôzny počet oviec a taktiež všetky stĺpce majú navzájom rôzny počet oviec. Strany paše môžu mať rovnakú dĺžku. Koľko rôznych takýchto ohrád existuje, ak obe strany ohrady majú dĺžku aspoň 10 *a najviac* 20*?*

Pozn.: Pašu s 10 *riadkami a* 20 *stĺpcami považujeme za inú než pašu s 20 riadkami a 10 stĺpcami.*

Úloha 3

Iskra sa rozhodol, že sa zúčastní turnaja v pití žinčice, ktorý prebieha tak, že každý bača hrá presne raz proti každému inému bačovi. Po skončení turnaja sú bačovia zoradení na základe počtu získaných bodov, ktoré sa prideľujú nasledovne: 3 *body za víťazstvo,* 1 *bod za remízu a* 0 *bodov za prehru. Je možné, že každý (okrem posledného) má presne o* 2 *body viac ako bača umiestnený za ním, ak sa turnaja zúčastní:*

a. *šesť bačov;*

b. *päť bačov?*

Úloha 4

Bačovia Iskra, Mišo a Rišo vyryli do stola druhé mocniny: 1, 4, 9 ... 2025, *spočítali ich súčet a zistili, že je deliteľný* 3. *Potom sa dohodli, že si zahrajú nasledujúcu hru: v každom kole Iskra vyškrtne jedno číslo, potom Mišo a potom Rišo. Toto bude pokračovať pokým nevyškrtnú všetky čísla. Rišovým cieľom je dosiahnuť, aby súčet nevyškrtnutých čísel na konci každého kola bol deliteľný* 3. *Ukážte, že:*

a. *Iskra nevie zabrániť Rišovi v dosiahnutí svojho cieľa, ak Mišo Rišovi pomáha*

b. *Mišo vie zastaviť Riša v dosiahnutí svojho cieľa aj v prípade, že Iskra pomáha Rišovi*

(to, že niekto pomáha Rišovi znamená, že ten človek chce, aby Rišo splnil svoj cieľ).

Úloha 5

Rišo sa rozhodol ozdobiť kruhovú koziu ohradu tak, že okolo nej napíše čísla. Pre jedinečnosť si ale stanovil dve podmienky:

- *Ak sú dve čísla v kruhu susedné, potom jedno je násobkom druhého.*
- *Ak dve čísla nie sú susedné, tak potom ani jedno nie je násobkom toho druhého.*

Mohol takto napísať čísla, ak ich napísal

a. *2026,*

b. *2025?*

Úloha 6

Na Mišovom klobúku v tvare trojuholníka ABC je na strane AB vyznačený bod D (rôzny od A a B), a ďalej je vyznačená ťažnica AM. Vieme, že $2 \cdot |AM| = |CD|$. Je trojuholník ABC tupouhlý, ostrouhlý alebo pravouhlý? Dokážte.

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **???**

Úloha 1

V Mišovej triede s 19 *žiakmi sú len takí, ktorí vždy klamú; takí, ktorí vždy hovoria pravdu a takí, ktorí niekedy klamú a inokedy hovoria pravdu. Vieme, že žiakov, ktorí vždy hovoria pravdu je viac ako tých, ktorí niekedy klamú a inokedy hovoria pravdu. Každý zo žiakov povie jedno tvrdenie.*

- *Sedem žiakov tvrdí: „V našej triede sú aspoň traja žiaci, ktorí vždy klamú.“*
- *Ďalších sedem žiakov tvrdí: „V našej triede sú aspoň piati žiaci, ktorí vždy klamú.“*
- *A päť zvyšných žiakov tvrdí: „V našej triede sú aspoň ôsmi žiaci, ktorí vždy klamú.“*

Koľko žiakov v triede vždy klame?

Úloha 2

Na stenu koliby napísal Rišo všetky celé čísla od 1 *do* 1000*. Potom postupne vždy dve z nich zmazal a napísal na stenu ich súčet. Takto pokračoval, kým mu neostali iba tri čísla. Vedel takto dostať tri po sebe idúce čísla?*

Úloha 3

Iskra si všimol na svojom obľúbenom strome zaujímavý fakt: sú na ňom zelené, žlté a červené listy. Zelené listy môžu zožltnúť alebo sčervenať, žlté a červené listy môžu odpadnúť (iné zmeny farby nenastávajú a nové listy nedorastajú). Včera na strome napočítal rovnako veľa zelených a červených listov a žltých sedemkrát viac. Dnes spočítal, že je na strome zelených a žltých listov rovnako veľa a červených sedemkrát viac. Dokážte, že včera bolo na strome aspoň štyrikrát toľko listov koľko dnes.

Úloha 4

Rišo šiel cez les v tvare konvexného štvoruholníka $ABCD$ po cestičke AC, rozpoľujúcej cestičku spájajúcu stredy strán AB a CD. Dokážte, že cestička AC delí les na dve časti s rovnakou rozlohou.

Úloha 5

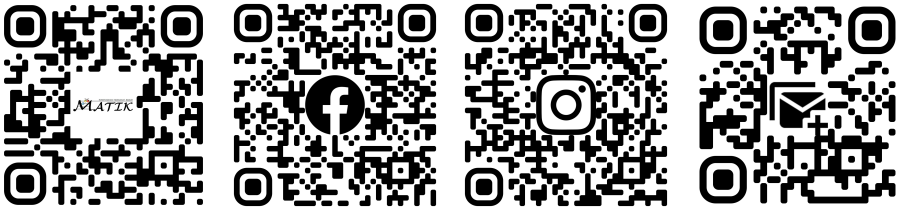
V hrnci je desaťtisíc halušiek a 2 na tanieri. Bačovia Rišo a Mišo hrajú nasledujúcu hru: striedavo vykonávajú ťahy, pričom Rišo začína. Jeden ťah spočíva v tom, že spočítajú halušky na tanieri, vyberú si skutočný deliteľ tohto počtu (deliteľ menší ako počet halušiek) a toľko halušiek pridajú na tanier. Hra sa končí, ak je na tanieri 2025 *alebo viac halušiek. Vyhráva ten, kto urobil posledný ťah. Ktorý z bačov má víťaznú stratégiu? Víťazná stratégia je postup, podľa ktorého keď jeden hráč hrá, tak vyhrá bez ohľadu na ťahy súpera.*

Úloha 6

Lúka je štvorčeková mriežka v tvare obdĺžnika. Na nej je niekoľko medveďov veľkosti 2×1 *políčok tak, že žiadne dva nesusedia stranou ani vrcholom a zároveň žiaden medveď nezasahuje do ľavého dolného ani pravého horného políčka. Rišo stojí v ľavom dolnom políčku a chce sa dostať domov na pravé horné bez toho, aby prešiel cez políčko s medveďom. Pohybuje sa tak, že prejde na políčko susediace stranou doprava alebo hore. Vie Rišo vždy dôjsť domov, bez ohľadu na rozloženie medveďov, ak je veľkosť lúky:*

a. 100×101 *políčok;*

b. 100×100 *políčok?*



Názov:	*MATIK* – korešpondenčný matematický seminár Číslo 1 • ??? • Zimný semester 39. ročníka
Web:	`matik.strom.sk`
E-mail:	`matik@strom.sk`
Riešenia:	Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese `riesenia@strom.sk`
Organizátor:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.