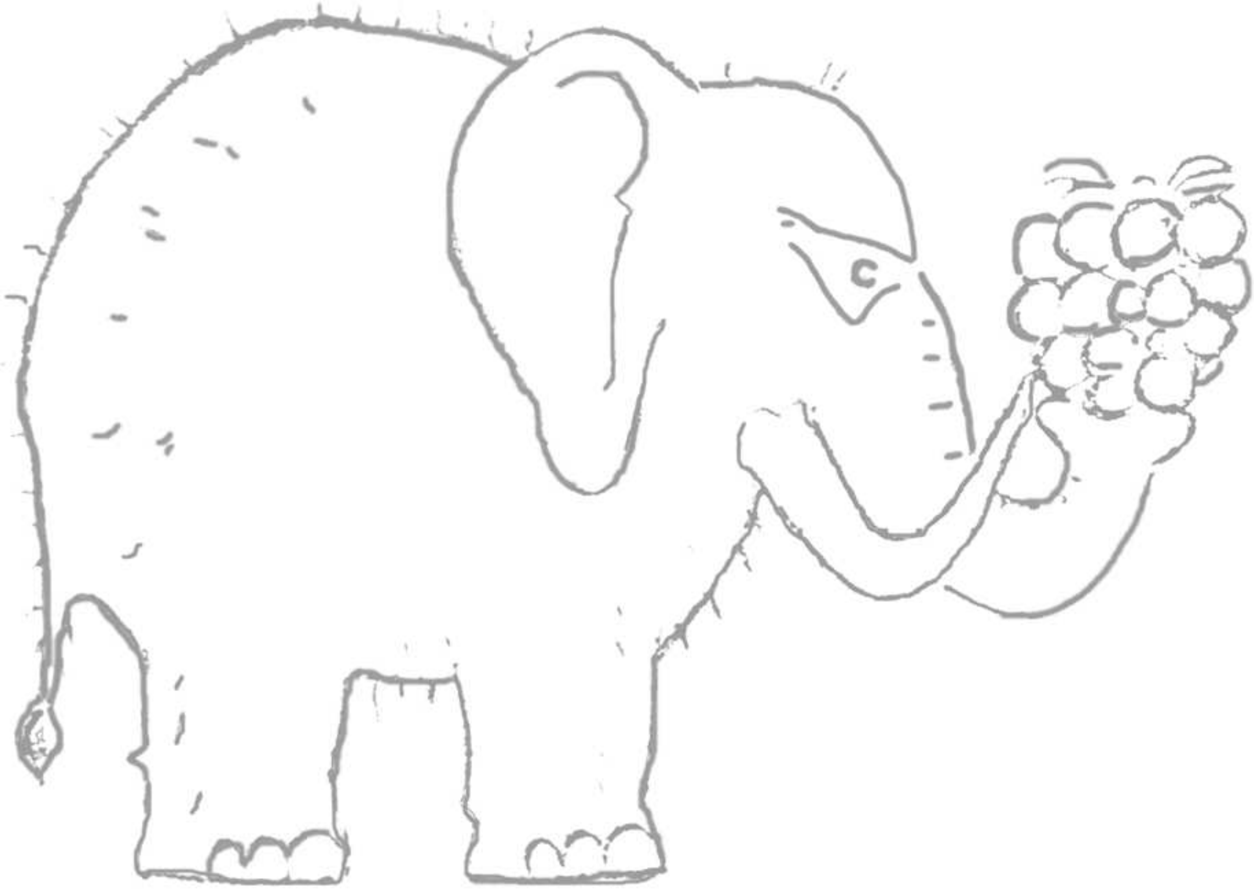


Mamut

Košice, 2. 6. 2023

Ľahké

Ľahké 1:

V prvom košíku je jedno jablko, v druhom štyri, v treťom šesť a vo štvrtom deväť. Najmenej koľko jabĺk musíme presunúť na to, aby ich bolo v každom košíku rovnako veľa?

Výsledok: 5

Riešenie:

Najprv si skúsme vyrátať, koľko jabĺk musí byť na konci v každom košíku. Spolu máme $1+4+6+9 = 20$ jabĺk. Teraz ich musíme rozdeliť do 4 košíkov – $20 : 4 = 5$. Na konci musí byť v každom košíku 5 jabĺk.

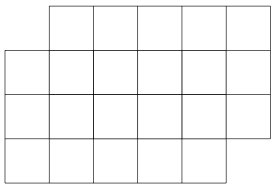
Všimnime si, že v prvom košíku je 1 jablko a v poslednom košíku je 9 jabĺk. Do prvého košíka musíme pridať aspoň 4 jablká na to, aby ich tam bolo 5. Ak presunieme 4 jablká z posledného do prvého, tak bude v oboch košíkoch 5 jabĺk. Zatiaľ sme presunuli 4 jablká.

Ďalej si všimnime, že v druhom košíku sú 4 a v treťom je 6 jabĺk. Do druhého košíka musíme presunúť aspoň 1 jablko, aby ich tam bolo 5. Ak presunieme jedno jablko z tretieho do druhého košíka tak bude v oboch po 5 jabĺk. Presunuli sme jedno jablko.

Dokopy sme teda presunuli 5 jabĺk a už máme v každom košíku po 5 jabĺk.

Ľahké 2:

Aký je obsah útvaru na obrázku, ak dĺžka strany jedného malého štvorčeka je 2?



Výsledok: 88

Riešenie:

Útvar je skoro štvorčeková mriežka 6×4, iba z nej chýbajú dva rohové štvorčeky. Obsahuje teda $6 \cdot 4 - 2 = 22$ štvorčekov. Každý štvorček má pritom obsah $2 \cdot 2 = 4$, takže celkový obsah útvaru je $22 \cdot 4 = 88$.

Ľahké 3:

Štyria trpaslíci majú spolu 103 rokov. Koľko rokov budú mať spolu o 7 rokov?

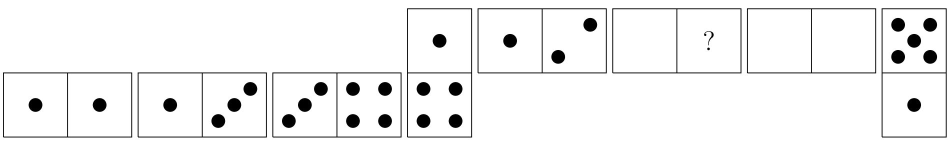
Výsledok: 131

Riešenie:

Každý z trpaslíkov zostarne o 7 rokov. Keďže sú štyria, dokopy zostarnú o $4 \cdot 7 = 28$ rokov. O 7 rokov teda budú mať spolu $103 + 28 = 131$ rokov.

Ľahké 4:

Snehulienka postavila rad z domina. Platí, že dominové kocky sa k sebe môžu prikladať len rovnakou hodnotou, a vieme, že celkový súčet v rade je 42. Na dvoch dominách však máme zmazané bodky. Koľko bodiek sa skrývalo pod otázničkom?



Výsledok: 4

Riešenie:

Vieme, že celkový súčet všetkých domín má byť 42, no my zatiaľ vidíme iba 27 bodiek. Na 2 zmazaných dominách je teda spolu $42 - 27 = 15$ bodiek. Všimnime si, že jedno z týchto domín susedí s 2, druhé s 5. Číslo 2 sa preto musí nachádzať na ľavej polovici prvého domina a číslo 5 sa musí nachádzať na pravej polovici druhého domina. Ostali nám už iba 2 prázdne políčka, na ktorých bude dokopy $15-2-5=8$ bodiek. Všimnime si, že zvyšné 2 políčka susedia medzi sebou navzájom, takže je na nich rovnako veľa bodiek. Na jednom z nich (a zároveň na ?) budú teda $8 : 2 = 4$ bodky.

Ľahké 5:

Dudroš si myslí číslo. Ak číslo vynásobí tromi, vydelí dvomi a pripočíta 9, dostane 69. Aké číslo si Dudroš myslí?

Výsledok: 40

Riešenie:

Na to, aby sme získali pôvodné číslo, musíme sledovať Dudrošove výpočty zo zadania od posledného po prvý a vždy ich otočiť na opačné. Posledným výpočtom bolo $+9$. My teda od 69 odpočítame 9 a dostaneme 60. Predposlednou operáciou bolo $: 2$. My teda urobíme $\cdot 2$, čím dostaneme $60 \cdot 2 = 120$. Prvou operáciou bolo $\cdot 3$. My teda urobíme $: 3$, čiže $120 : 3 = 40$. Dudrošovo pôvodné číslo bolo 40.

Ľahké 6:

Rozrezať drevenú palicu na tri časti trvá Plaškovi 10 minút. Ako dlho mu bude trvať rozrezať palicu na šesť častí?

Výsledok: 25 minút

Riešenie:

Na to, aby Plaško rozrezal palicu na 3 časti, potreboval rezať dvakrát. Tieto 2 rezy mu spolu trvali 10 minút. Urobiť jeden rez mu teda trvá $10 : 2 = 5$ minút. Na rozrezanie palice na 6 častí je potrebných 5 rezov. Každý z rezov trvá 5 minút, a teda Plaško bude potrebovať $5 \cdot 5 = 25$ minút.

Ľahké 7:

Koľko rôznych čísel môže byť súčtom počtu bodiek, ktoré padnú na troch klasických hracích kockách?

Výsledok: 16

Riešenie:

Najmenší možný súčet na 3 hodených kockách je $1+1+1 = 3$. Najväčší možný súčet je $6+6+6 = 18$. Dokážeme hodiť všetky súčty medzi 3 a 18? Samozrejme, že áno. Predstavme si najmenšiu možnosť 1, 1, 1. Postupne pridávame 1 k hodu na prvej kocke, až pokým nedosiahneme možnosť 6, 1, 1.

Vystriedali sme takto súčty od 3 po 8 vrátane. Ďalej budeme postupne pridávať 1 k druhej kocke, až pokým nedosiahneme možnosť 6, 6, 1. Takto vystriedame všetky súčty od 9 po 13. Rovnako to spravíme pre tretiu kocku a postupne vystriedame všetky súčty od 14 po 18. Skutočne teda vieme dostať všetky súčty od 3 do 18 vrátane. Spolu ich je 16.

Ľahké 8:

Koľko je takých počtov trpaslíkov, že im vieme rozdeliť 24 čučoriedok tak, že všetci dostanú rovnako veľa?

Výsledok: 8

Riešenie:

Ak majú všetci trpaslíci dostať rovnaký počet čučoriedok, musí byť počet čučoriedok deliteľný počtom trpaslíkov bezo zvyšku. Hľadáme teda všetky čísla, ktorými je deliteľné číslo 24 bezo zvyšku. Postupne stačí prejsť čísla od 1 po 24 a pre každé určiť, či je ním číslo 24 deliteľné.

Veľmi ľahko prídeme na to, že číslo 24 je deliteľné číslami 1 ($24 : 1 = 24$), 2 ($24 : 2 = 12$), 3 ($24 : 3 = 8$), 4 ($24 : 4 = 6$), 6 ($24 : 6 = 4$), 8 ($24 : 8 = 3$), 12 ($24 : 12 = 2$) a 24 ($24 : 24 = 1$). Dokopy je takých čísel 8 – to sú zároveň všetky možné počty trpaslíkov.

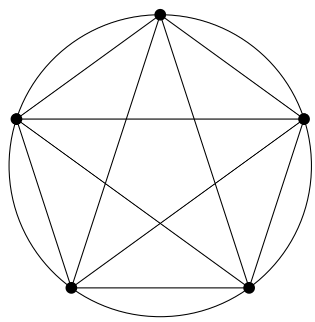
Ľahké 9:

Vedko nakreslil na kružnicu 5 bodov. Na koľko oblastí sa rozdelil kruh, ak všetky body navzájom pospájal?

Výsledok: 16

Riešenie:

Predstavme si, že si kruh rozdelíme 5 úsečkami do tvaru hviezdy (teda pospájame body, ktoré majú medzi sebou práve 1 bod), tým sa nám kruh rozdelí na 11 častí (1 stred, 5 cípov a 5 obkolesujúcich oblastí). Následne si ešte vyznačíme 5 úsečiek, ktoré spájajú susedné body, čím si spomínaných 5 obkolesujúcich oblastí rozdelíme každú na 2 časti. Tým pádom nám pribudne ďalších 5 častí, na ktoré je kruh rozdelený. Ako môžeme vidieť aj na obrázku, kruh je na konci rozdelený na $11+5 = 16$ častí.



Ľahké 10:

Spachtoš má 4 paličky dĺžok 3, 5, 9 a 13 cm. Koľko trojuholníkov s rôznym obvodom z nich Spachtoš vie vyrobiť?

Výsledok: 1

Riešenie:

Na začiatok si musíme uvedomiť jednu podstatnú vec – v trojuholníku vždy platí, že súčet dĺžok ktorýchkoľvek dvoch strán musí byť väčší ako dĺžka zvyšnej strany. Vezmime si napríklad trojicu 3, 5 a 9. Ak priložíme jeden koniec paličky dĺžky 3 k jednému koncu paličky s dĺžkou 9 a jeden koniec paličky dĺžky 5 k druhému koncu paličky s dĺžkou 9, zvyšné dva konce paličiek dlhých 3 a 5 nedokážeme k sebe priložiť – tieto paličky sú príliš krátke. Aby sme ukázali, či sa dá trojuholník poskladať, stačí vždy porovnať súčet dvoch najkratších strán s najdlhšou stranou – ak sú dve najkratšie strany spolu dlhšie ako najdlhšia strana, trojuholník sa dá zložiť.

Poďme sa teda postupne pozrieť na všetky možnosti. Zo štyroch paličiek vždy vyberáme trojicu, začnime teda trojicou 3, 5 a 9. Pri tej sme už ukázali, že $3 + 5 = 8$ je menej ako 9, a teda takýto trojuholník sa poskladať nedá. Trojica 3, 5 a 13 sa tiež nebude dať poskladať, pretože $3 + 5 = 8$ je menšie ako 13. Trojica 3, 9 a 13 sa takisto nebude dať poskladať, pretože $3 + 9 = 12$ je menej ako 13. Avšak trojica 5, 9 a 13 sa poskladať dá, pretože $5 + 9 = 14$, čo je viac ako 13.

Vyskúšali sme všetky možnosti, z ktorých vyhovuje iba jedna, a teda tá je naším riešením.

Ľahké 11:

Šťastko napísal na tabuľu za sebou niekoľko čísel tak, že každé ďalšie číslo bolo trojnásobkom predchádzajúceho. Ak prvé číslo bolo 1, koľké číslo v poradí malo ciferný súčet väčší ako 15?

Výsledok: 7.

Riešenie:

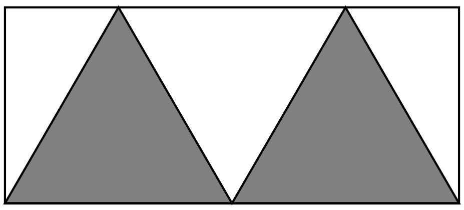
Postupne si budeme vypisovať čísla, ktoré si Šťastko písal, a ku každému si napíšeme jeho ciferný súčet. Keď prekročíme hranicu ciferného súčtu 15, zastavíme sa:

- 1 s ciferným súčtom 1,
- $1 \cdot 3 = 3$ s ciferným súčtom 3,
- $3 \cdot 3 = 9$ s ciferným súčtom 9,
- $9 \cdot 3 = 27$ s ciferným súčtom 9,
- $27 \cdot 3 = 81$ s ciferným súčtom 9,
- $81 \cdot 3 = 243$ s ciferným súčtom 9,
- $243 \cdot 3 = 729$ s ciferným súčtom 18.

Z toho vidíme, že číslo s ciferným súčtom väčším ako 15 bolo 7. v poradí.

Ľahké 12:

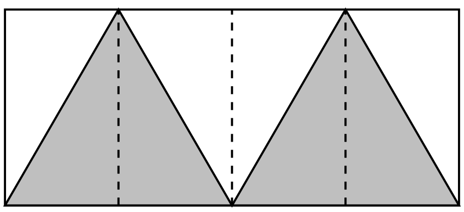
Spachtoš nakreslil do obdĺžnika dva rovnaké rovnostranné trojuholníky ako na obrázku. Obsah obdĺžnika je $24\,\mathrm{cm}^2$. Aký je obsah jedného trojuholníka?



Výsledok: $6\,\mathrm{cm}^2$

Riešenie:

Rozdeľme si celý obrázok podľa prerušovaných čiar ako na obrázku:



Všimnime si, že sa nám takto rozdelil na štvrtiny, pričom každá štvrtina je obdĺžnik tvorený z jedného sivého a jedného bieleho trojuholníka. Rozdeľuje ho práve uhlopriečka, preto vieme povedať, že obsah sivého a obsah bieleho trojuholníka v jednej časti je rovnaký. Vieme, že obsah celého obdĺžnika je $24\,\mathrm{cm}^2$, a tiež, že sivá plocha zaberá jeho polovicu, teda $24 : 2 = 12\,\mathrm{cm}^2$. Sivú plochu tvoria 2 trojuholníky, ktoré sú zo zadania rovnako veľké. Preto obsah jedného bude $12 : 2 = 6\,\mathrm{cm}^2$.

Ľahké 13:

Hapčí predával mrkvy po 22 €, papriky po 25 € a petržleny po 33 €. Ráno mal rovnaký počet mrkiev, paprík aj petržlenov. Večer mal všetku zeleninu predanú a celkom za ňu utŕžil 3600 €. Koľko kusov zeleniny dokopy v ten deň Hapčí predal?

Výsledok: 135

Riešenie:

Zo zadania vieme, že Hapčí predal rovnaký počet mrkiev, paprík aj petržlenov. Spočítajme si, koľko eur získal predaním 1 mrkvy, 1 papriky a 1 petržlenu. Je to $22 + 25 + 33 = 80$ €. Potrebujeme zistiť, koľkokrát sa nachádza 80 v celkovej sume, teda v 3600. To znamená, že 3600 vydelíme 80, dostaneme: $3600 : 80 = 45$. Z toho vyplýva, že Hapčí predal 45 mrkiev, 45 paprík a 45 petržlenov. Dokopy teda predal $45 + 45 + 45 = 135$ kusov zeleniny.

Ľahké 14:

Snehulienka chce stráviť u svojej starej mamy nepretržite 18 dní. V utorky, soboty a nedele jej stará mama číta knihy, preto tam chce v tieto dni byť čo najviac. V aký deň má prísť ku svojej starej mame?

Výsledok: sobota

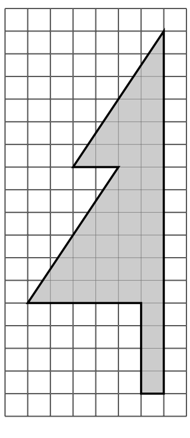
Riešenie:

Najprv sa pozrime, koľko celých týždňov bude tráviť Snehulienka u starej mamy. Keďže týždeň má 7 dní, tak si 18 vydelíme siedmimi: $18 : 7 = 2$ zvyšok 4. Snehulienka bude u starej mamy tráviť dva týždne a štyri dni. Dva týždne nás nezaujímajú, lebo to znamená, že vtedy prejde každý deň v týždni 2-krát nezávisle od toho, kedy k starej mame príde. Teda, prejde každý deň 2-krát, či už príde v nedeľu, alebo v pondelok, alebo v hociktorý iný deň v týždni.

Pozrime sa teda na tie 4 dni. Snehulienka chce k starej mame prísť v taký deň, aby za tie 4 dni prešiel aj utorok, aj sobota aj nedeľa. Taký deň existuje, je to sobota. Keď príde v sobotu, bude u starej mamy aj v nedeľu, v pondelok, v utorok a potom ešte dva týždne. Snehulienka by teda mala prísť k svojej starej mame v sobotu.

Ľahké 15:

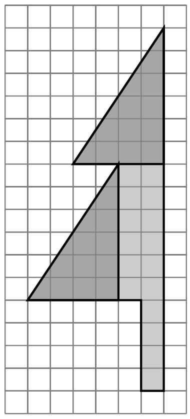
Kýblik si nakreslil na papier obrázok. Koľko cm^2 má jeho obsah, keď jeden malý štvorček má stranu dlhú 1 cm?



Výsledok: 40

Riešenie:

Keďže jeden malý štvorček má stranu dlhú 1 cm, jeho obsah bude rovný $1\,\text{cm}^2$. Rozdeľme si obrázok na tri časti ako na obrázku a spočítajme ich obsahy. Trojuholníky na obrázku sú rovnaké a keď ich spojíme, tak vytvoria obdĺžnik so stranami 4 cm a 6 cm. Spoločný obsah týchto dvoch trojuholníkov je teda $4 \cdot 6 = 24\,\text{cm}^2$. Počet ostatných štvorčekov je 16, a teda obsah zvyšnej časti je $16\,\text{cm}^2$. Obsah celého útvaru je v súčte $40\,\text{cm}^2$.



Ľahké 16:

V bani je 32 trpaslíkov. 16 z nich má v ruke krompáč, 11 lopatu a 10 nemá v rukách ani krompáč, ani lopatu. Koľko trpaslíkov má v rukách krompáč aj lopatu?

Výsledok: 5

Riešenie:

Keďže 10 trpaslíkov nemá ani jeden nástroj, počet trpaslíkov, ktorý majú nejaký nástroj, bude potom $32 - 10 = 22$. Vieme, že dokopy má týchto 22 trpaslíkov 16 krompáčov a 11 lopát, čo je dokopy $16 + 11 = 27$ nástrojov. Máme 27 nástrojov a 22 trpaslíkov, z toho vychádza, že oba nástroje má $27 - 22 = 5$ trpaslíkov.

Ľahké 17:

Dudroš sa spýtal Plaška a Šťastka, aký je dnes deň. Plaško vždy klame v pondelok, utorok a stredu, ostatné dni hovorí pravdu. Šťastko vždy klame vo štvrtok, piatok a sobotu, ostatné dni hovorí pravdu. Plaško povedal: „Včera bol deň, v ktorý klamem.“ Šťastko tiež povedal: „Včera bol deň, v ktorý klamem.“ Aký deň v týždni je dnes?

Výsledok: štvrtok

Riešenie:

Vyznačme si najprv v tabuľke, kto kedy klame (K) a kto kedy hovorí pravdu (P). Stĺpce postupne symbolizujú dni v týždni od pondelka po nedeľu:

Plaško:	K	K	K	P	P	P	P
Šťastko:	P	P	P	K	K	K	P

Dnes buď obaja vravia pravdu, alebo obaja klamú, alebo jeden klame a druhý hovorí pravdu. Rozoberme si postupne tieto možnosti a pozrime sa na to, či existuje deň, v ktorý takáto situácia mohla nastať.

- **1. možnosť: obaja vravia pravdu.** Z tabuľky vidíme, že jediný deň, kedy by obaja vraveli pravdu, je nedeľa. Keďže hovoria pravdu, tvrdenia, že včera klamali, sú pravdivé. Avšak Plaško v sobotu hovorí pravdu, teda táto situácia nastať nemohla.

- **2. možnosť: obaja klamú.** Z tabuľky vidíme, že neexistuje deň, v ktorý by obaja klamali, takáto situácia teda tiež nastať nemohla.
- **3. možnosť: Plaško klame a Šťastko hovorí pravdu.** Ak dnes Plaško klame, tak tvrdenie, že včera klamal, je nepravdivé. To znamená, že včera musel hovoriť pravdu. Preto v tabuľke hľadáme v Plaškovom riadku takú dvojicu po sebe idúcich dní, v ktorej v prvý deň vraví pravdu a v druhý deň klame – jedinou takou dvojicou po sebe idúcich dní je v jeho prípade len nedeľa a pondelok. Ak Šťastko hovorí pravdu, tvrdenie, že včera klamal, je pravdivé. Preto hľadáme v jeho riadku dvojicu po sebe idúcich dní, v ktorej v prvý deň klame a v druhý deň hovorí pravdu – jedinou takou dvojicou dní je v jeho prípade sobota a nedeľa. Keďže táto situácia nemôže nastať pre rovnakú dvojicu dní, nevyhovuje nám.
- **4. možnosť: Plaško hovorí pravdu a Šťastko klame.** Ak dnes Plaško hovorí pravdu, včera klamal, a teda hľadáme preňho dvojicu dní, v ktorej v prvý deň klame a v druhej hovorí pravdu, čomu vyhovuje len streda a štvrtok. Ak Šťastko dnes klame, včera hovoril pravdu, a teda hľadáme preňho dvojicu dní, v ktorej v prvý deň hovorí pravdu a v druhý deň klame, čomu vyhovuje tiež len dvojica streda a štvrtok. Vidíme teda, že táto situácia mohla nastať len v jednom prípade – ak bola včera streda a dnes je štvrtok.

Keďže sme vyskúšali všetky možnosti, môžeme s istotou povedať, že existuje len jedno riešenie – dnes je štvrtok.

Ľahké 18:

Snehulienka potrebuje vymaľovať stenu kuchyne v tvare oválu (strop ani podlahu nemaľuje). Jej obvod je 45 m. Koľko litrov farby spotrebuje, ak má kuchyňa výšku 3 m a 1 liter farby jej vystačí na $5\,\mathrm{m}^2$?

Výsledok: 27 litrov

Riešenie:

Najprv si musíme vyrátať obsah steny, ktorú maľujeme. Ak by sme stenu v jednom mieste po výške rozrezali a „vyrovnali“ *(teda ju roztiahli tak, aby už nebola ohnutá)*, dostali by sme obdĺžnik s jednou stranou dlhou ako obvod kuchyne a druhou stranou dlhou ako výška kuchyne. Obsah tohto obdĺžnika bude teda $45 \cdot 3 = 135\,\mathrm{m}^2$. Teraz nám stačí obsah predeliť piatimi, keďže jeden liter farby stačí na $5\,\mathrm{m}^2$ a dostaneme $135 : 5 = 27\,\mathrm{l}$.

Ľahké 19:

Dudroš zabudol kód od truhlice. Spomína si, že sa skladá zo štyroch cifier, že štvrtá cifra je o 2 väčšia ako prvá a že tretia cifra je 2-krát väčšia ako druhá. Tiež si pamätá, že súčet všetkých štyroch cifier je 21. Aký je Dudrošov kód?

Výsledok: 5367

Riešenie:

Zo zadania vieme, že štvrtá cifra môže byť $2-9$ (0 je predsa najmenšia cifra, $0+2=2$), a keďže má byť o 2 väčšia ako prvá, prvá môže byť $0-7$ (najväčšia cifra na štvrtej pozícii môže byť 9, najväčšia na prvej teda bude $9-2=7$). Tretia cifra bude párna, keďže pôjde o dvojnásobok druhej cifry, a teda máme možnosti 0, 2, 4, 6 a 8. Z toho vieme, že druhá cifra môže byť 0, 1, 2, 3 a 4 (polovice cifier na tretej pozícii).

Poďme teda vylučovať možnosti. Druhá a tretia cifra nemôžu byť 0 a 0, keďže súčet 4 cifier má byť 21 a $21-0-0=21$, čo nebudeme vedieť dostať zo súčtu prvej a štvrtej cifry (maximálny súčet prvej a štvrtej je $7+9=16$).

To isté platí aj pre situáciu, v ktorej by druhá a tretia cifra boli 2, 1.

Ak by boli na druhej a tretej pozícii cifry 2 a 4, tak by nám celkový súčet opäť nevyšiel. Súčet prvej a štvrtej cifry by totiž bol $21-4-2=15$, čiže nepárne číslo. Všimnime si, že čísla na prvej a štvrtej pozícii budú vždy obe párne alebo vždy obe nepárne (jedno je od druhého väčšie o párne číslo, teda sa parita zachová), a teda ich súčet bude párny, nie nepárny – v tejto možnosti to teda nevyjde. Ak by tretia cifra bola 6 a druhá 3, prvá a štvrtá cifra by mali súčet $21-6-3=12$, a teda by prvá cifra bola 5 a štvrtá 7. Číslo by bolo 5367 a všetky podmienky by boli splnené. Ak by druhá cifra bola 4 a tretia 8, prvá a štvrtá cifra by mali súčet $21-4-8=9$, čo je nepárne, a teda táto možnosť nám nevyhovuje. Z toho vieme, že Dudrošov kód od truhlice bol určite 5367.

Ľahké 20:

Kýblik má izbu, ktorej podlaha má rozmery 10×10 metrov. Chce na ňu poukladať koberce tak, aby bola celá podlaha pokrytá a aby sa žiadne dva koberce neprekrývali. Koberce, ktoré v obchode ponúkajú, majú rozmery:

- 4×4, ktorý stojí 48 €,
- 3×2, ktorý stojí 18 €,
- 1×3, ktorý stojí 12 €.

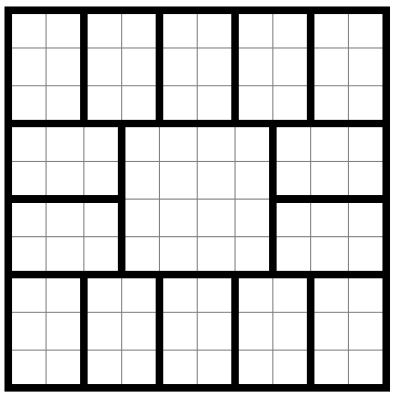
Koľko najmenej si musí Kýblik zarobiť, aby sa mu podarilo pokryť podlahu podľa jeho predstáv?

Výsledok: 300 €

Riešenie:

Koberec s rozmermi 4×4 zaberá $16\,\mathrm{m}^2$ a Kýblik za neho zaplatí 48 €, čo sú $48 : 16 = 3$ € za $1\,\mathrm{m}^2$. Koberec s rozmermi 3×2 zaberá $6\,\mathrm{m}^2$ a Kýblik za neho zaplatí 18 €, čo sú $18 : 6 = 3$ € za $1\,\mathrm{m}^2$. Koberec s rozmermi 1×3 zaberá $3\,\mathrm{m}^2$ a Kýblik za neho zaplatí 12 €, čo sú $12 : 3 = 4$ € za $1\,\mathrm{m}^2$.

Teda Kýblikovi sa oplatí do izby kúpiť iba koberce s rozmermi 4×4 a 3×2, lebo za ne zaplatí najmenej eur. Takéto rozloženie už nájdeme jednoducho, napríklad 14 kobercov s rozmermi 3×2 a jeden koberec s rozmermi 4×4 *(ako na obrázku)*.



Ľahké 21:

Snehulienka a 7 trpaslíkov pozerajú televíziu. Poludňajšie noviny sa končia o 12.30 a večerné spravodajstvo sa začína o 18.00. V televízii chcú vysielať obľúbený seriál, no musia ho popretkávať reklamnými prestávkami. Jedna epizóda seriálu má 40 minút a vedúci spravodajstva sa rozhodol, že bude raz prerušená 10-minútovou reklamou. Medzi každými dvoma epizódami bude 5-minútová reklamná prestávka. Koľko najviac epizód seriálu môžu odvysielať medzi obedňajším a večerným spravodajstvom, ak po obedných novinách nasleduje ešte 5-minútová predpoveď počasia?

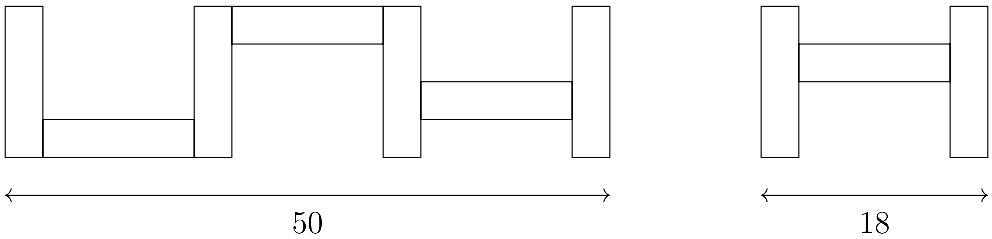
Výsledok: 6

Riešenie:

Medzi poludňajšími novinami a večerným spravodajstvom je 5 hodín a 30 minút, čo je 330 minút. Jeden diel seriálu trvá 40 minút a je prerušený jednou 10 minútovou reklamou. Medzi každými dvoma dielmi, teda pred každým dielom okrem prvého je 5 minútová reklama. Po poludňajších novinách nasleduje 5 minútová predpoveď počasia, takže vieme povedať, že pred každým dielom je 5 minút „prestávka". Od konca dielu po koniec nasledujúceho dielu je $5 + 40 + 10 = 55$ minút. Takže od poludnia do večera mohli prehrať $330 : 55 = 6$ dielov seriálu.

Ľahké 22:

Hapčí má stavebnicu, ktorú tvoria rovnaké kúsky – obdĺžniky. Poskladal z nich nasledovné útvary so šírkami ako na obrázku. Aký je obvod jedného kúsku stavebnice?



Výsledok: 32

Riešenie:

Pomenujme si kratšiu stranu zhodných obdĺžnikov *krátka* a dlhšiu *dlhá*. Na pravom obrázku vidíme, že *krátka* + *dlhá* + *krátka* sú spolu 18. Na ľavom obrázku si môžeme všimnúť, že tam máme 2x zopakované *krátka* + *dlhá* + *krátka*, čiže spolu $18 + 18 = 36$, no navyše v strede je jedna *dlhá*. Dĺžku jednej *dlhá* môžme preto vypočítať ako $50 - 36 = 14$. Teraz už vieme, že *krátka* + *dlhá* + *krátka* je vlastne *krátka* + 14 + *krátka*, pričom vieme, že je to spolu 18. Dve *krátka* sú teda spolu $18 - 14 = 4$, čiže jedna *krátka* je 2. Ďalej už iba spočítame obvod jedného obdĺžnika ako $14 + 2 + 14 + 2 = 32$.

Ľahké 23:

Spachtoš začal 2. 6. 2023 ráno ťahať vedro studňou vysokou 10 m. Každý deň od rána do večera vytiahol vedro o 65 cm, ale každú noc od večera do rána sa vedro o 10 cm zošmyklo. Koľko dní Spachtošovi trvalo vytiahnuť vedro na vrchol studne?

Výsledok: 18

Riešenie:

Studňa je hlboká $10\,\mathrm{m} = 1000\,\mathrm{cm}$. V prvý deň ťahania večer bude vedro $1000\,\mathrm{cm} - 65\,\mathrm{cm} = 935\,\mathrm{cm}$ pod vrcholom. Od večera do večera sa vedro najprv zošmykne o 10 cm a potom vytiahne o 65 cm, čiže dokopy stúpne o $65\,\mathrm{cm} - 10\,\mathrm{cm} = 55\,\mathrm{cm}$. Dosiahnutie vrchola bude od prvého večera vedru trvať ešte rovných $935\,\mathrm{cm} : 55\,\mathrm{cm} = 17$ ďalších dní aj s nocami, takže Spachtoš dokopy strávi ťahaním 18 dní.

Ľahké 24:

Dudroš zobral 15 listov papiera. Všetky zohol na polovicu tak, že vznikla kniha. Dudroš očísloval strany knihy číslami od 1 po 60 od úplne prvej po poslednú. Potom stratil jeden z listov tak, že chýbala strana číslo 7. Ktoré ďalšie stránky spoločne s ňou v knihe tiež chýbali?

Výsledok: 8, 53, 54

Riešenie:

Keďže 7 je nepárne číslo, táto strana bude na pravej strane, a teda na druhej strane listu bude strana 8. Na každom liste sú dve strany, takže na prvom liste budú strany 1 a 2, na druhom 3 a 4, na treťom 5 a 6 a na štvrtom 7 a 8. Takže siedma strana je na štvrtom liste knihy. Pôvodných 15 papierov sme preložili na polovicu, takže keď strana 7 bola na štvrtom liste, ten istý papier bude aj štvrtý list od konca, alebo siedma a ôsma strana od konca. Celá kniha má 60 strán, takže $60 - 7 = 53$. Strana 53 je na pravej strane, takže chýba aj strana 54.

Takže okrem strany 7 v knihe chýbajú aj strany 8, 53 a 54.

Ľahké 25:

Niekoľko trpaslíkov nieslo starej mame jahody. Každý okrem dvoch mal so sebou ježka. Každý trpaslík na začiatku výletu niesol 10 jahôd. Každý ježko na začiatku výletu niesol 20 jahôd. Počas výletu sa jeden ježko stratil a jeden trpaslík zjedol jednu jahodu. Koľko trpaslíkov išlo k starej mame, keď jej doniesli dokopy 179 jahôd?

Výsledok: 8

Riešenie:

Poďme sa pozrieť na to, koľko jahôd by trpaslíci s ježkami starej mame priniesli, ak by mal každý trpaslík svojho ježka, ak by sa nikto nestratil a ak by nikto nezjedol jahodu.

Ak by ten jeden trpaslík nezjedol jahodu, doniesli by starej mame o jednu jahodu viac, teda $179+1 = 180$.

Ak by sa ten jeden ježko, ktorý niesol 20 jahôd, nestratil, doniesli by starej mame o 20 jahôd viac, teda $180 + 20 = 200$.

Ak by aj tí dvaja zvyšní trpaslíci bez ježka po jednom svojom ježkovi mali, každý z nich by doniesol o 20 jahôd viac, čiže spolu by doniesli o $20 \cdot 2 = 40$ jahôd viac, teda $200 + 40 = 240$.

Zistili sme, že ak by mal každý trpaslík svojho ježka a spolu s ním zdarne k starej mame dorazil, priniesli by starej mame spolu 240 jahôd. Keďže by každý trpaslík priniesol 10 jahôd a k nemu prislúchajúci ježko 20 jahôd, na každého trpaslíka by pripadalo $10 + 20 = 30$ jahôd. To znamená, že k starej mame prišlo $240 : 30 = 8$ trpaslíkov.

Ľahké 26:

Dudroš mal na začiatku 4 biele guličky. Vie vymeniť buď jednu bielu za 4 čierne, alebo jednu čiernu za 3 biele. Po 11-tich výmenách mal 31 guličiek. Koľko z nich bolo čiernych?

Výsledok: 14

Riešenie:

Vieme, že odhliadnuc od farby guličiek mohol Dudroš pri každom ťahu vymeniť 1 guličku za 4 alebo 3 guličky, z čoho vyplýva, že mal potom o 3 alebo 2 guličky viac ako v predchádzajúcom ťahu. Ak by za 11 ťahov získal v každom ťahu 2 guličky, mal by potom 22 guličiek + 4 guličky z pôvodného počtu, teda spolu 26 guličky. Dudroš však mal na konci 31 guličiek, teda $31 - 26 = 5$ ťahov muselo byť takých, že Dudroš získal 3 guličky (výmenou 1 bielej za 4 čierne) a pri zvyšných 6 ťahoch získal iba 2 guličky (výmenou 1 čiernej za 3 biele). To znamená, že ak na začiatku nemal Dudroš žiadne čierne guličky, v 5 ťahoch ich výmenou získal $5 \cdot 4 = 20$ a v 6 ťahoch ich výmenou 6 stratil, tak na konci mal $20 - 6 = 14$ čiernych guličiek.

Ľahké 27:

Súťaže spevu sa zúčastnili 3 trpaslíci: Plaško, Vedko a Hapčí. Trpaslíkom sa veľmi darilo a na každom z prvých troch miest skončil niekto z nich. Snehulienka ich počas súťaže povzbudzovala a tipovala, že Plaško získa 2. miesto, Vedko nezíska 1. miesto a že Hapčí nezíska 2. miesto. Neskôr sa ukázalo, že len jeden Snehulienkin tip bol správny. V akom poradí sa umiestnili súťažiaci trpaslíci?

Výsledok: 1. Plaško, 2. Hapčí, 3. Vedko

Riešenie:

Rozoberme si všetky možnosti. Ak Snehulienka tipla správne Plaška, znamená to, že Plaško získal 2. miesto. Ak sa pozrieme na Hapčího, tak on by podľa Snehulienkinho tipu nemal získať 2. miesto. Keďže je tento tip nepravdivý, tak získal 2. miesto. Z toho vidíme, že obaja by mali skončiť na 2. mieste, čo ale nie je možné. Táto možnosť teda nevyhovuje.

Ak si Snehulienka správne tipla Hapčího, tak sa Hapčí neumiestil na 2. mieste. Potom vieme, že neplatí, že Vedko nezískal 1. miesto. To znamená, že sa musel umiestniť na 1. mieste. Plaško sa neumiestil na 2 mieste. Všimnime si, že ani jeden z týchto trpaslíkov sa nemôže umiestiť na 2. mieste. Teda Plaško aj Hapčí by sa museli umiestniť na 3. mieste, čo sa však nedá. To znamená, že ani táto možnosť nevyhovuje.

Ak Snehulienka správne tipla Vedka, tak to znamená, že Hapčí sa umiestnil na 2. mieste. Ďalej vieme, že Vedko nebol na 1. mieste, a keďže 2. miesto už obsadil niekto iný, tak sa musel umiestniť na 3. mieste. Plaško teda skončil na 1. mieste.

Ľahké 28:

Šťastko a Vedko majú spoločnú pokladnicu, do ktorej každý prispieva rovným dielom na kúpu spoločných vecí. Okrem toho má každý aj vlastné peniaze. Šťastko sa pomýlil a kúpil si zo spoločnej pokladnice obed pre seba za 5 €, čím vyprázdnil pokladnicu. Vedko sa tiež pomýlil a kúpil za vlastné peniaze spoločný lampáš za 10 €. Vedko neskôr vložil do spoločnej pokladnice 10 €. Koľko má do spoločnej pokladnice vložiť Šťastko, aby si boli kvit?

Výsledok: 25 €

Riešenie:

Ak si Šťastko kúpil obed pre seba zo spoločnej pokladnice za 5 €, dlhuje tam teraz 5 €. Vedko kúpil za vlastných 10 € spoločný lampáš. To je to isté, akoby najprv 10 € vložil do spoločnej pokladnice a potom lampáš kúpil zo spoločnej pokladnice. Takže Šťastko dlhuje do pokladnice ďalších 10 €. Napokon Vedko vložil do pokladnice 10 €, takže Šťastko by mal tiež vložiť ďalších 10 €. Šťastko má spolu vložiť do pokladnice $5 + 10 + 10 = 25$ €.

Ľahké 29:

V kráľovstve majú mince hodnôt 4 a 9. Aká je najväčšia suma, ktorá sa pomocou týchto mincí nedá zaplatiť?

Výsledok: 23

Riešenie:

Najprv si ukážeme, ako vieme vyskladať sumy 24, 25, 26 a 27:

- sumu 24: $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$,
- sumu 25: $9 + 4 + 4 + 4 + 4$,
- sumu 26: $9 + 9 + 4 + 4$,
- sumu 27: $9 + 9 + 9$.

Teraz už budeme vedieť vyskladať určite aj všetky vyššie sumy ako 27. Pretože 28 dostaneme tak, že vezmeme rozklad 24 a pridáme 4, na 29 vezmeme rozklad 25 a pridáme 4, na 30 vezmeme rozklad 26 a pridáme 4 a na 31 vezmeme rozklad 27 a pridáme 4. A takto môžeme po štvoriciach pokračovať ďalej a iba pridávaním mincí s hodnotou 4 vytvoriť všetky vyššie sumy.

Pokúsme sa zložiť sumu 23. Ak by sme použili dve mince s hodnotou 9, tak nám ostane 5, čo nevieme zaplatiť. Ak by sme použili len jednu 9, tak nám ostane 14, čo sa mincami s hodnotou 4 nedá zaplatiť a bez použitia mince s hodnotou 9 to tiež nejde. Najvyššia suma, ktorá sa teda týmito mincami nedá zaplatiť je 23.

Ľahké 30:

Piati trpaslíci Hapčí, Kýblik, Plaško, Spachtoš a Vedko sa chcú zúčastniť tímovej súťaže, v ktorej hrajú dvojčlenné a trojčlenné tímy. Jeden hráč môže byť vo viacerých tímoch, ale má to jednu podmienku: dvojica hráčov, ktorá tvorí dvojčlenný tím, už nemôže byť spolu v žiadnom trojčlennom tíme *(napr. ak Hapčí a Kýblik tvoria dvojčlenný tím, tak už nemôžu byť spolu v trojčlennom tíme s Plaškom, ale môže existovať trojčlenný tím, v ktorom je Kýblik, Plaško a Spachtoš)*. Koľko najviac tímov z týchto piatich trpaslíkov môžeme prihlásiť do súťaže, ak chceme vytvoriť práve dva trojčlenné tímy a aspoň jeden dvojčlenný tím?

Výsledok: 7

Riešenie:

V zadaní máme podmienku, že dvojica hráčov, ktorá tvorí dvojčlenný tím, už nemôže byť spolu v žiadnom trojčlennom tíme. To je to isté, ako keby sme povedali, že ak sú nejakí dvaja ľudia už spolu v trojčlennom tíme, tak potom nemôžu vytvoriť dvojčlenný tím. A práve takto to v našom riešení použijeme.

Vytvoriť práve dva trojčlenné tímy môžeme dvomi spôsobmi. Prvý spôsob je, že tieto dva trojčlenné tímy budú mať spoločného jedného člena. Napríklad 1.tím – Hapčí, Kýblik, Plaško a 2.tím – Hapčí, Spachtoš, Vedko. Teraz Hapčí už nemôže s nikým vytvoriť dvojčlenný tím, keďže bol s každým v trojčlennom. Zvyšní vedia vytvoriť dvojčlenný tím s tým, s kým teraz neboli. Takže môžu vzniknúť 4 tímy: Kýblik a Spachtoš, Kýblik a Vedko, Plaško a Spachtoš, Plaško a Vedko. Dokopy takto vieme vytvoriť 6 tímov.

Druhý spôsob je, že tieto dva trojčlenné tímy budú mať spoločných dvoch členov. Napríklad 1.tím – Hapčí, Kýblik, Plaško a 2.tím – Hapčí, Kýblik, Spachtoš. Medzi týmito štyroma trpaslíkmi už vie vzniknúť len jeden dvojčlenný tím, a to Plaško so Spachtošom, keďže všetky ostatné dvojice už spolu boli. Keďže Vedko sa nenachádza zatiaľ v žiadnom tíme, tak vie vytvoriť dvojčlenný tím s každým, čo nám dá ďalšie 4 tímy. Dokopy takto vieme vytvoriť teda 7 tímov, čo je najviac, ako sa dá.

Stredné

Stredné 1:

Trpaslíci hrajú hru, v ktorej je 30 žetónov. Hru vyhráva ten hráč, ktorý ako prvý získa 5 žetónov. Koľko najviac hráčov môže túto hru hrať, aby sa nemohlo stať, že dôjdu žetóny skôr, než niekto vyhrá?

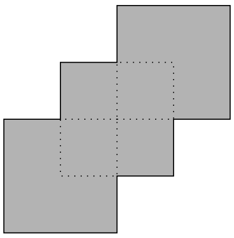
Výsledok: 7

Riešenie:

Akonáhle má niekto 5 žetónov, tak vyhral. Najhorší prípad, teda taký, v ktorom je rozdaných čo najviac žetónov, ale stále nikto nevyhral, preto nastáva vtedy, keď všetci hráči majú 4 žetóny. Ak je hráčov len 7, tak spolu majú v najhoršom prípade $7 \cdot 4 = 28$ žetónov, a keď niekto získa ďalší žetón, tak ich už bude mať 5 a vyhrá. Viac hráčov už ale byť nemôže, lebo ak by ich bolo 8, tak by mohli mať spolu až $8 \cdot 4 = 32$ žetónov a stále by nikto nevyhral. Trpaslíci ale majú len 30 žetónov, čiže by mohli všetky dôjsť skôr než niekto vyhrá. Najväčší možný počet hráčov je teda 7.

Stredné 2:

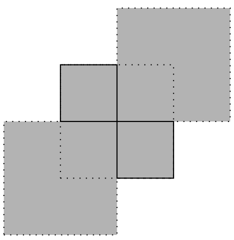
Aký je obvod tohto obrazca zloženého z troch štvorcov s dĺžkou strany 3 cm?



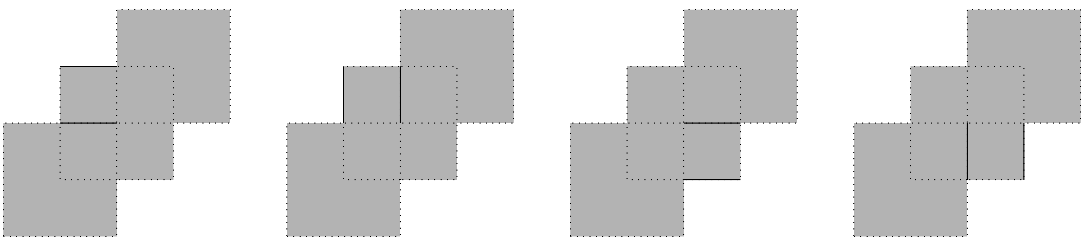
Výsledok: 24 cm

Riešenie:

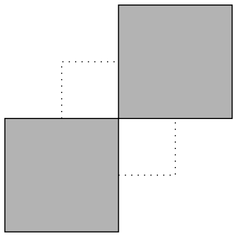
Všetky strany týchto troch štvorcov sú na seba navzájom buď kolmé, alebo sú rovnobežné. Z toho vyplýva, že vyznačené útvary sú obdĺžniky/štvorce:



Pre štvorce a obdĺžniky platí, že ich navzájom protiľahlé strany majú rovnakú dĺžku. Čiže tieto dvojice úsečok majú navzájom rovnaké dĺžky:



Z každej dvojice je súčasťou obvodu celého obrazca práve jedna úsečka. Teda ak vytvoríme obrazec, ktorý bude mať z každej dvojice na obvode druhú úsečku, obvod sa mu nezmení. Takto dostaneme takýto obrazec:



Vidíme, že obvod tohto obrazca je rovný obvodu dvoch štvorcov. Podľa zadania vieme, že jeden tento štvorec má stranu dlhú 3 cm, teda obvod obrazca je $4 \cdot 3\,\text{cm} + 4 \cdot 3\,\text{cm} = 24\,\text{cm}$.

Stredné 3:

Traja trpaslíci sa dohadujú, koľko litrov vody si vezmú do bane.

- Šťastko: „Určite by počet litrov mal byť deliteľný tromi, nech máme všetci rovnako.“
- Vedko: „Do voza sa nám nezmestí viac ako 30 litrov, ale mali by sme zobrať aspoň 20.“
- Plaško: „Pre istotu by sme mali zobrať aj počet litrov deliteľný štyrmi, ak by si chcel dať aj Spachtoš.“

Koľko litrov vody musia zobrať, aby boli všetky podmienky splnené?

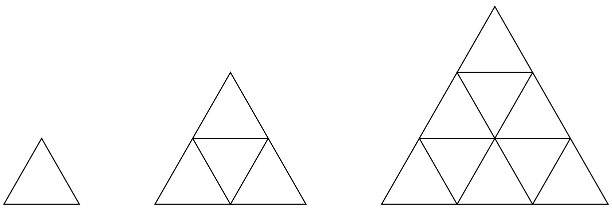
Výsledok: 24

Riešenie:

Vypíšme si čísla deliteľné štyrmi, ktoré sú menšie ako 30, no zároveň aspoň 20. Sú to čísla: 20, 24 a 28. Z nich je aj tromi deliteľné len číslo 24, a to je teda jediným vyhovujúcim riešením.

Stredné 4:

Trpaslíci vyrábali stále väčšie a väčšie trojuholníky z malých trojuholníčkových zlatých nugetiek. Prvé tri, ktoré vyrobili, vyzerajú nasledovne:



1. 2. 3.

Z koľkých trojuholníčkov bude zložený siedmy trojuholník?

Výsledok: 49

Riešenie:

Všimnime si, že každý trojuholník sa skladá z toľko riadkov, koľký je v poradí, pričom vo vrchnom riadku trojuholníka je vždy jedna nugetka a v každom ďalšom o 2 viac. Je to preto, lebo každý ďalší riadok je vlastne prevrátený ten nad ním s dvoma novými nugetkami po stranách. Siedmy trojuholník je teda vytvorený zo siedmych riadkov a v nich je postupne 1, 3, 5, 7, 9, 11 a 13 nugetiek. Počet týchto nugetiek bude dokopy $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$.

Stredné 5:

Máme 6 baní označených číslami od 1 po 6. V každej z nich je niekoľko krompáčov (vždy aspoň jeden), no tento počet nikdy nemá hodnotu označenia danej bane. V baniach 2 a 4 je spolu 5 krompáčov. V baniach 4 a 5 je spolu 7 krompáčov. Koľko krompáčov je spolu v baniach 2 a 5?

Výsledok: 10

Riešenie:

Pozrime sa na bane 2 a 4. Súčet krompáčov v nich má byť 5. Súčet 5 z dvoch nenulových celých čísel dostaneme iba ako $2+3$ alebo $1+4$. Vieme, že v bani nemôže byť toľko krompáčov, aké číslo baňa má. Preto môžu byť v bani 2 tri krompáče a v bani 4 dva krompáče alebo v bani 2 štyri krompáče a v bani 4 jeden krompáč. Rozoberme teraz obe možnosti pre počet krompáčov v bani 4.

Zo zadania vieme, že v baniach 4 a 5 je dohromady 7 krompáčov. Ak sú v bani 4 dva krompáče, musí byť v bani 5 päť krompáčov, čo sa ale vylučuje s podmienkou, že v bani nie je taký počet krompáčov, akým je baňa označená. Táto možno teda nevyhovuje.

Ak je v bani 4 jeden krompáč, musí byť v bani 5 šesť krompáčov. Pre túto možnosť sú v bani 2 štyri krompáče. Táto možnosť vyhovuje. Úloha sa nás pýta, koľko krompáčov je v baniach 2 a 5, čo je $4+6=10$ krompáčov.

Stredné 6:

Šťastko má 4 rovnako veľké kocky s hranou dlhou 1 cm. Chce ich zlepiť celými stenami tak, aby výsledný útvar mal čo najmenší povrch. Aký povrch bude mať Šťastkov útvar?

Výsledok: $16\,\mathrm{cm}^2$

Riešenie:

Útvar bude mať najmenší povrch vtedy, keď bude najviac stien skrytých lepením. Chceme teda určiť, koľko najviac párov stien môžeme zlepiť. Jednej kocke vieme zakryť najviac 3 steny, pretože môže susediť nanajvýš so všetkými tromi zvyšnými kockami. Tri kocky nevedia susediť navzájom. Preto, ak bude existovať kocka, ktorá má k sebe prilepené všetky tri zvyšné kocky, zlepíme práve tri páry stien, čiže 6 stien. Ak taká kocka existovať nebude, každá kocka môže mať zakryté najviac 2 steny, čo je spolu najviac 8 stien. Takže viac ako 8 stien sa zakryť nedá.

Ak zlepíme kocky do kvádra $2\times2\times1$, úspešne zakryjeme 8 stien. Jedna kocka má 6 stien. Všetky štyri kocky majú spolu $4\cdot6=24$ stien. Keďže sme 8 stien zlepili, celkový povrch tvorí $24-8=16$ stien kociek. Kocka má hranu 1 cm, preto obsah jednej steny bude $1\,\mathrm{cm}^2$. Z toho vyplýva, že celkový povrch útvaru bude $16\cdot1=16\,\mathrm{cm}^2$.

Stredné 7:

Dudroš má nástenné ručičkové a náramkové ručičkové hodinky. Nástenné hodiny sa každý deň ponáhľajú o 3 minúty (namiesto 12.00 budú ďalší deň ukazovať 12.03). Na Silvestra o polnoci ich nastavil na rovnaký čas. O koľko dní budú zase ukazovať rovnako?

Výsledok: 240

Riešenie:

Štandardné ručičkové hodiny ukazujú to isté každých 12 hodín, čiže $12\cdot60=720$ minút. Aby nástenné hodiny ukazovali opäť to isté čo ručičkové, musia zvýšiť svoj predstih získaný ponáhľaním sa na práve 720 minút. Naberajúc 3 minúty predstihu denne 720 minút naberú za $720:3=240$ dní.

Stredné 8:

Vedko, Hapčí a Dudroš kandidujú na kráľovského pokladníka. Hlasuje spolu 130 obyvateľov kráľovstva. Vedko má doteraz 24 hlasov, Hapčí má 29 hlasov a Dudroš má 37 hlasov. Koľko hlasov ešte potrebuje Dudroš pre isté víťazstvo, keď vyhráva ten, čo má najviac hlasov?

Výsledok: 17

Riešenie:

Zo 130 obyvateľov zatiaľ hlasovalo $24+29+37$, teda 90. Hlasovať preto bude ešte 40. Druhý za Dudrošom je Hapčí, ktorý má od neho o 8 hlasov menej. Aby ho teda dobehol, potrebuje najprv dostať 8 hlasov, a potom zo zvyšných 32 obyvateľov dostať aspoň toľko čo Dudroš. Ak by ale za Dudroša zahlasovalo viac ako polovica z 32, teda aspoň 17 obyvateľov, nemohlo by sa stať že ho Hapčí dobehne.

Keď teda za Dudroša zahlasuje 17 zo zvyšných 40 obyvateľov, bude mať dokopy 54 hlasov. Ostáva potom len 23 obyvateľov. Hapčí preto vie dosiahnuť najviac $29 + 23 = 52$ hlasov a Vedko najviac $24 + 23 = 47$. Ani jeden z nich teda nevie prebehnúť Dudroša.

Ak by Dudroš dostal ďalších hlasov len 16, mal by dokopy 53. Ostalo by ešte 24 obyvateľov, a ak by všetky ich hlasy dostal Hapčí, mal by ich dokopy tiež 53. 16 hlasov teda Dudrošovi pre isté víťazstvo nestačí, potrebuje ich 17.

Stredné 9:

Princ cestuje za Snehulienkou cez kráľovstvo s 27 litrami vody. Má koňa, na ktorom môže jazdiť. Kôň vypije v prvý deň jazdy 1 liter vody, v druhý deň 2, a tak ďalej. Princ vypije každý deň 1 liter vody. Keď jazdí na koni, prejde 32 km za deň, peši prejde 6 km za deň. Ako najďalej môže so svojou zásobou vody dôjsť, ak sa po každom dni môže rozhodnúť zanechať koňa a pokračovať peši?

Výsledok: 206 km

Riešenie:

Ako prvé musíme nájsť hraničný deň, keď sa princovi oplatí zanechať koňa a cestovať peši. Keď ešte kôň vypije len 4 litre vody za deň, teda spolu vypijú 5 litrov, tak v ten deň prejdú 32 km. Princ by za 5 litrov vody vedel cestovať len 5 dní, počas ktorých by prešiel $5 \cdot 6\,\text{km} = 30\,\text{km}$. Preto sa mu stále oplatí cestovať na koni. Akonáhle ale ďalší deň kôň bude potrebovať 5 litrov, už sa mu ho oplatí zanechať a pokračovať peši. Spolu s ním by totiž princ spotreboval 6 litrov vody a prešiel 32 km. Ak ale pôjde peši, bude môcť za 6 litrov cestovať až 6 dní a počas nich prejsť $6 \cdot 6 = 36\,\text{km}$, čo je viac ako 32 km. Zvyšné dni preto bude pokračovať peši.

Na koni teda princ bude cestovať prvé 4 dni. Počas nich princ vypije 4 litre vody a kôň vypije $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ litrov vody, čo je spolu 14 litrov. Za tento čas prešli $4 \cdot 32\,\text{km} = 128\,\text{km}$. Z pôvodných 27 litrov vody ešte zostáva 13, čiže princ môže cestovať ešte 13 dní. Počas nich prejde $13 \cdot 6\,\text{km} = 78\,\text{km}$. Dokopy teda dokáže prejsť najviac $128\,\text{km} + 78\,\text{km} = 206\,\text{km}$.

Stredné 10:

Dvere do Snehulienkinej chalúpky sú zamknuté a na ich otvorenie je potrebné stlačiť 4 tlačidlá v určitom poradí. Tieto tlačidlá majú tvar trojuholníka, štvorca, kruhu a hviezdy. Vieme, že štvorec má byť stlačený pred hviezdou a kruh pred trojuholníkom. Taktiež máme ďalšie 3 nápovedy, z ktorých sú pravdivé iba 2:

- Trojuholník má byť stlačený bezprostredne pred, alebo ihneď po hviezde.
- Štvorec nemá byť stlačený bezprostredne pred, ani ihneď po trojuholníku.
- Kruh má byť stlačený bezprostredne pred, alebo ihneď po štvorci.

V akom poradí musíme stlačiť tlačidlá na otvorenie dverí?

Výsledok: kruh, štvorec, trojuholník a hviezda

Riešenie:

Keďže vieme, že □ má byť stlačený pred ★, vieme, že □ nebude stlačený ako posledný a ★ nebude stlačená ako prvá. Rovnako, keď má byť ◯ stlačený pred △, ◯ nebude posledný a △ nebude prvý. Z toho vyplýva, že na prvom mieste môže byť len □ alebo ◯, a zároveň, že na poslednom mieste môže byť len ★ alebo △. Postupne si rozoberieme možnosti toho, ktorá z troch nápovied môže byť nepravdivá.

- **1. možnosť: nepravdivá je 1. nápoveda.** Na prvom mieste môžu teda byť dve tlačidlá. Ak by na prvom mieste bol □, za ním by musel nasledovať ◯ pre splnenie 3. nápovedy. V tomto prípade teda na zvyšných dvoch miestach musí byť dvojica △ a ★ v ľubovoľnom poradí, avšak to by spĺňalo 1. nápovedu, a teda táto možnosť nie je správna. Ak by na prvom mieste bol ◯, za ním by musel nasledovať □ pre splnenie 3. nápovedy. Avšak rovnako nám opäť ostávajú len △ a ★, ktoré nemôžu byť v tomto prípade stlačené za sebou, keďže 1. nápoveda má byť nepravdivá. Táto možnosť neobsahuje správne riešenie.
- **2. možnosť: nepravdivá je 2. nápoveda.** Keďže je 2. nápoveda nepravdivá, vieme, že bezprostredne za sebou musia byť stlačené □ a △ v ľubovoľnom poradí. Ak by bol prvý □, podľa 3. nápovedy musí hneď nasledovať ◯. Avšak z nepravdivej 2. nápovedy vyplýva, že tam musí byť aj △, a teda určite jedno z týchto dvoch tlačidiel po □ nasledovať nemôže. Ak by bol prvý ◯, z 3. nápovedy vyplýva, že hneď za ním musí byť stlačený □. Z nepravdivej 2. nápovedy vyplýva, že △ musí nasledovať hneď za □, pretože pred ním už byť nemôže. Ako posledná nám ostala ★. Toto poradie spĺňa 1. a 3. nápovedu, a zároveň nespĺňa 2. nápovedu, takže sme našli prvé vhodné poradie tlačidiel, ktoré zároveň spĺňa aj podmienky zo zadania.
- **3. možnosť: nepravdivá je 3. nápoveda.** Ak by bol na prvom mieste □, pre splnenie 2. nápovedy musí byť △ na treťom alebo štvrtom mieste. Aby neplatila 3. nápoveda, ◯ musí byť tiež na treťom alebo štvrtom mieste. Z toho vyplýva, že na druhé miesto nám ostáva ★. Ak by na treťom mieste bol △, na štvrtom mieste musí byť ◯. Ukázali sme však, že na poslednom mieste smú byť iba ★ alebo △, teda táto možnosť nevyhovuje zadaniu. Ak by na treťom mieste bol ◯, na štvrté miesto nám ostáva △. To ale nevyhovuje 1. nápovede, pretože medzi ★ a △ je stlačený ◯. Ostáva teda overiť možnosť, že na prvom mieste by bol ◯. Na druhom mieste nemôže byť □, pretože by sme splnili 3. nápovedu. Zároveň nemôže byť ani na treťom mieste, pretože na tejto pozícii by nutne musel susediť s △, čomu sa chceme podľa 2. nápovedy vyhnúť. Musí teda byť na štvrtom mieste, avšak na začiatku sme ukázali, že na poslednom mieste nám môže vyhovovať buď ★, alebo △, a teda táto možnosť tiež nevyhovuje.

Vyskúšali sme postupne všetky možnosti a našli sme len jedno vyhovujúce poradie – ◯, □, △, ★, teda slovne kruh, štvorec, trojuholník a hviezda.

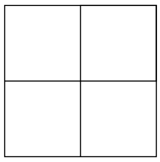
Stredné 11:

Plaško má 3 štvorce, z ktorých vie bez prekrývania poskladať obdĺžnik. Aký najväčší obsah môže mať obdĺžnik, ak jeden zo štvorcov má stranu dlhú 6 cm?

Výsledok: $216\,\mathrm{cm}^2$

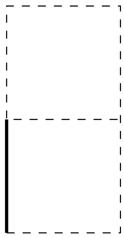
Riešenie:

Najprv ukážeme, aké rôzne obdĺžniky vie Plaško vytvoriť. Ak by chcel, aby na každej strane tohto obdĺžnika boli strany aspoň dvoch rôznych štvorcov, potreboval by aspoň 4 štvorce:

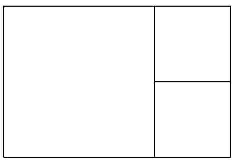


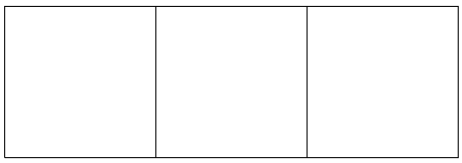
Keďže ale k dispozícii má len 3 štvorce, nemôže k tomuto dôjsť. Teda minimálne jedna strana výsledného obdĺžnika bude splývať s jedným zo štvorcov.

Začneme so štvorcom, ktorého jedna strana bude splývať so stranou výsledného obdĺžnika – túto stranu označme a – a zvyšné 2 štvorce k nemu pripojíme. Z týchto dvoch štvorcov nemôže určite ani jeden ležať na strane a, keďže by táto strana štvorca potom nebola na obvode finálneho obdĺžnika. Taktiež nemôžu byť tieto zvyšné štvorce na stranách štvorca susedných so stranou a, keďže potom by táto strana nesplývala s celou stranou finálneho obdĺžnika (strana a je vyznačená na obrázku):



Teda zvyšné 2 štvorce vie s týmto štvorcom spojiť len cez stranu opačnú k strane a, čo sa dá len takýmito spôsobmi:





V prípade napravo, keďže štvorec vľavo zdieľa stranu so štvorcom v strede, s ktorým zdieľa stranu aj štvorec vpravo, všetky tri štvorce majú rovnaké dĺžky strán. Podľa zadania má jeden zo štvorcov stranu dlhú 6 cm, teda všetky tri štvorce majú rovnaké dĺžky strán – teda aj rovnaké obsahy. Jeden štvorec má obsah: $6\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} = 36\,\text{cm}^2$, teda tri štvorce majú spolu obsah $3 \cdot 36\,\text{cm}^2 = 108\,\text{cm}^2$.

V prípade napravo má 2 rôzne typy štvorcov – dva menšie štvorce a jeden väčší. Podľa zadania má jeden zo štvorcov stranu dlhú 6 cm – buď dva menšie štvorce alebo väčší.

Ak by mali menšie stranu dlhú 6 cm, väčší by mal stranu dlhú 12 cm a celý obdĺžnik by mal teda obsah $6\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} + 6\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} + 12\,\text{cm} \cdot 12\,\text{cm} = 216\,\text{cm}^2$.

Ak by mal väčší štvorec stranu dlhú 6 cm, menšie štvorce by mali stranu dlhú 3 cm a celý obdĺžnik by mal teda obsah $3\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} + 3\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} + 6\,\text{cm} \cdot 6\,\text{cm} = 54\,\text{cm}^2$

Zo všetkých možných prípadov vidíme, že obdĺžnik môže mať najväčší obsah $216\,\text{cm}^2$.

Stredné 12:

Trpaslíci mali na obed rybu. Chvost ryby váži 3 kg. Hlava váži toľko ako polovica trupu s chvostom, trup váži toľko ako hlava s chvostom dokopy. Koľko váži ryba?

Výsledok: 24 kg

Riešenie:

Označme si najprv časti ryby: hlava – H, trup – T, chvost – CH a polovica trupu ako PT. Keďže PT je polovica T, tak $2 \cdot PT = T$.

Potrebujeme zistiť, koľko váži hlava a trup ryby. Hlava má rovnakú hmotnosť ako $PT + CH$. Keďže chvost má hmotnosť 3 kg, hlava má hmotnosť $PT + 3$ kg. Trup má hmotnosť rovnakú ako $H + CH$ a keďže chvost má hmotnosť 3 kg, tak trup váži $H + 3$ kg. Ak je trup ťažsí o 3 kg ako hlava, znamená to, že hlava je o 3 kg ľahšia ako trup. Tým pádom hlava je $T - 3$ kg. Máme 2 vyjadrenia pre hmotnosť hlavy, a to $H = PT + 3$ kg a $H = T - 3$ kg. Vieme teda, že ak k polovici trupu pričítame 3 kg, máme rovnakú váhu, ako keď od trupu odčítame 3 kilá. To inými slovami znamená, že celý trup je o 6 kg ťažší ako polovica trupu. Teda zvyšná polovica váži 6 kg. Celý trup teda váži 12 kg.

Hmotnosť hlavy vypočítame ako polovica trupu + 3 kg, čiže 12 kg : 2 + 3 kg = 9 kg. Dokopy ryba váži toľko, čo chvost, trup a hlava, takže 3 kg + 12 kg + 9 kg = 24 kg.

Stredné 13:

V dvoch radoch vozíkov v bani bolo po 28 vozíkov, pričom v každom bolo buď zlato, alebo striebro. Dokopy bolo v bani 11 vozíkov so zlatom, vo všetkých ostatných bolo striebro. Koľko vozíkov so striebrom bolo v ktorom rade, ak v každom rade bol aspoň jeden vozík so zlatom a zároveň v prvom rade na každý vozík so zlatom pripadalo dvakrát menej vozíkov so striebrom ako v druhom?

Výsledok: v prvom 21, v druhom 24

Riešenie:

Vyskúšame všetky možné počty vozíkov so zlatom v prvom rade. Pre každý možný počet vozíkov so zlatom v prvom rade dopočítame počet vozíkov so striebrom v tom rade podľa informácie o celkovom počte vozíkov v rade a počet vozíkov so zlatom v druhom rade podľa informácie o celkovom počte vozíkov so zlatom. Následne spočítame, koľko bude vozíkov so striebrom v druhom rade, keď ich tam bude na každý tamojší vozík so zlatom dvakrát toľko, ako vozíkov so striebrom v prvom rade na jeden vozík so zlatom v prvom rade. Nakoniec overíme zvyšnú podmienku zo zadania – o celkovom počte vozíkov v druhom rade.

Zlato v 1.	Striebro v 1.	Zlato v 2.	Striebro v 2.	Spolu v 2.
1	$28 - 1 = 27$	$11 - 1 = 10$	$27 \cdot 10 \cdot 2 : 1 = 540$	$10 + 540 = 550$
2	$28 - 2 = 26$	$11 - 2 = 9$	$26 \cdot 9 \cdot 2 : 2 = 234$	$9 + 234 = 243$
3	$28 - 3 = 25$	$11 - 3 = 8$	$25 \cdot 8 \cdot 2 : 3$ nie je deliteľné	
4	$28 - 4 = 24$	$11 - 4 = 7$	$24 \cdot 7 \cdot 2 : 4 = 84$	$7 + 84 = 91$
5	$28 - 5 = 23$	$11 - 5 = 6$	$23 \cdot 6 \cdot 2 : 5$ nie je deliteľné	
6	$28 - 6 = 22$	$11 - 6 = 5$	$22 \cdot 5 \cdot 2 : 6$ nie je deliteľné	
7	$28 - 7 = 21$	$11 - 7 = 4$	$21 \cdot 4 \cdot 2 : 7 = 24$	$4 + 24 = 28$
8	$28 - 8 = 20$	$11 - 8 = 3$	$20 \cdot 3 \cdot 2 : 8 = 15$	$3 + 15 = 18$
9	$28 - 9 = 19$	$11 - 9 = 2$	$19 \cdot 2 \cdot 2 : 9$ nie je deliteľné	
10	$28 - 10 = 18$	$11 - 10 = 1$	$18 \cdot 1 \cdot 2 : 10$ nie je deliteľné	

Pre niektoré možnosti po doplnení vozíkov v prvom rade do 28 a vozíkov so zlatom do 11 nebolo možné postaviť do druhého radu toľko vozíkov so striebrom, aby bola splnená podmienka o vozíkoch so striebrom pripadajúcich na vozíky so zlatom. Z ostatných piatich možností v štyroch sme skončili s iným počtom vozíkov v druhom rade ako zadanými 28. Pri 6 vozíkoch so zlatom v prvom rade sme však už použili pri výpočte počet vozíkov v prvom rade, počet vozíkov so zlatom aj pomer pomerov počtov vozíkov so striebrom k počtom vozíkov so striebrom a overili počet vozíkov v druhom rade, takže táto možnosť vyhovuje podmienkam úlohy. Počty vozíkov so striebrom sme už spočítali v tabuľke.

Stredné 14:

Snehulienke stojí v záhrade 5 zvierat: mačka, krava, pes, sob, baran. Chce ich postaviť do radu tak, že dve zvieratá, ktorých názov obsahuje rovnaké písmeno, nemôžu stáť hneď vedľa seba. Koľkými spôsobmi ich môže postaviť do radu?

Výsledok: 4

Riešenie:

Očíslujme si pozície v rade číslami od 1 po 5, pričom 1 je úplne naľavo a 5 napravo. Baran obsahuje písmeno „a“, rovnako ako mačka a krava, a písmeno „b“, rovnako ako sob. Preto môže byť iba vedľa psa. Keďže môže byť ale len vedľa jedného zvieraťa, tak musí byť na kraji. Povedzme, že je na mieste 1. Na mieste 2 potom musí byť pes. Pes nemôže byť vedľa soba, ale môže byť vedľa mačky aj kravy. Tieto dve zvieratá nemôžu stáť vedľa seba, keďže obidve obsahujú písmeno „a“, čiže ak jedno z nich dáme na miesto 3, tak druhé musí byť na mieste 5 a medzi nimi bude sob. To nám dáva dve možnosti, podľa toho, či vedľa psa umiestnime mačku alebo kravu.

Ak by sme barana neumiestnili na miesto 1, ale na miesto 5, tak by sme rovnakým postupom dostali tiež ďalšie dve možnosti, akurát by boli prevrátené oproti tým, ktoré už máme. Celkový počet možností, ako zvieratá postaviť do radu, je preto 4.

Stredné 15:

Plaško za deň nazbiera 127 kg orechov. Každú noc mu však veveričky ukradnú niekoľko orechov. Počas prvej noci sú schopné ukradnúť 48 kg a počas každej ďalšej noci vždy o 3 kg menej ako počas predchádzajúcej. O koľko dní bude mať Plaško pripravené zásoby na zimu, ak potrebuje aspoň 1000 kg orechov?

Výsledok: 11

Riešenie:

Do tabuľky si vieme ľahko rozpísať, koľko orechov bude Plaško mať po jednotlivých dňoch.

Deň	Hmotnosť orechov po dni	Hmotnosť orechov po noci
0	0	0
1	$0 + 127 = 127$	$127 - 48 = 79$
2	$79 + 127 = 206$	$206 - 45 = 141$
3	$141 + 127 = 268$	$268 - 42 = 226$
4	$226 + 127 = 353$	$353 - 39 = 314$
5	$314 + 127 = 441$	$441 - 36 = 405$
6	$405 + 127 = 532$	$532 - 33 = 499$
7	$499 + 127 = 626$	$626 - 30 = 596$
8	$596 + 127 = 723$	$723 - 27 = 696$
9	$696 + 127 = 823$	$823 - 24 = 799$
10	$799 + 127 = 926$	$926 - 21 = 905$
11	$905 + 127 = 1032$	$1032 - 18 = 1014$

Teda jasne vidíme, že v 11. deň sa prekročila hranica 1000 kíl orechov. Odpoveď je preto 11.

Stredné 16:

Vedko má 3 hrnčeky rôznych veľkostí. Chce ich uložiť na poličku, pričom ich môže dávať vedľa seba alebo aj do seba navzájom (vždy menší do väčšieho). Koľkými spôsobmi vie hrnčeky na poličku rozmiestniť, ak na poradí hrnčekov na poličke záleží?

Výsledok: 13

Riešenie:

Označíme hrnčeky číslami $1, 2, 3$, kde 1 označuje najmenší hrnček a 3 označuje najväčší hrnček.

Najskôr si spočítame možnosti, keď hrnčeky ukladáme vedľa seba. Naľavo môžeme položiť ľubovoľný z 3 hrnčekov, do stredu ľubovoľný z tých dvoch, ktoré nám zostali a napravo položíme posledný, ktorý zostal. Preto máme týchto 6 možností:

$$[1, 2, 3], [1, 3, 2], [2, 1, 3], [2, 3, 1], [3, 1, 2], [3, 2, 1].$$

Teraz sa pozrime na možnosti, v ktorých sú hrnčeky jeden v druhom.

Všetky hrnčeky môžeme dať do seba. Keďže vždy ukladáme menší do väčšieho, tak na to máme len jednu možnosť (písmeno v označuje, ktorý hrnček sa nachádza v ktorom):

$$[1v2v3].$$

Druhou možnosťou je jeden hrnček v inom a tretí položený vedľa nich. Máme 3 dvojice, ktoré vieme dať do seba tak, aby bol menší hrnček vo väčšom: $1v2, 1v3, 2v3$. Pre každú takú dvojicu máme dve možnosti, ako to položíme na poličku, podľa toho, či je dvojica napravo, alebo naľavo od tretieho hrnčeka:

$$[1v2, 3], [1v3, 2], [2v3, 1], [1, 2v3], [2, 1v3], [3, 1v2].$$

Týchto možností je dokopy 6. Teraz si všetky možnosti sčítame dokopy, a tak dostaneme riešenie tejto úlohy: $6 + 1 + 6 = 13$.

Stredné 17:

Snehulienka a Popoluška bývajú v kráľovstvách v rôznych časových pásmach. Vieme, že cesta od Snehulienky k Popoluške trvá rovnako dlho ako cesta od Popolušky k Snehulienke. Keď minule išla Snehulienka za Popoluškou, odchádzala v pondelok o 8.00 miestneho času a prišla k Popoluške v utorok o 16.00 miestneho času. Keď išla Popoluška za Snehulienkou, tak odchádzala zo svojho kráľovstva v piatok o 12.00 miestneho času a prišla ku Snehulienke v rovnaký deň o 14.00 miestneho času. Keď sú teraz obe u seba doma a vieme, že u Snehulienky je 7.00 ráno, koľko hodín je u Popolušky?

Výsledok: 22.00

Riešenie:

Po zarátaní časového posunu trvá cesta od Snehulienky k Popoluške 32 hodín a cesta od Popolušky k Snehulienke 2 hodiny. Z toho vyplýva, že smerom k Popoluške sa časový posun zväčšuje a opačným smerom sa zmenšuje. Tento posun bude v oboch prípadoch rovnako veľký. Rozdiel je v tom, že cestou k Popoluške ho prirátavame a cestou od nej odrátavame od skutočnej dĺžky cesty. Teda vieme, že rozdiel dĺžok ciest po zarátaní časového posunu je dvojnásobok časového posunu. Rozdiel medzi dĺžkami ciest je 30 hodín, takže časový posun je 15 hodín, a preto, keď je u Snehulienky 7 hodín, je u Popolušky 22 hodín.

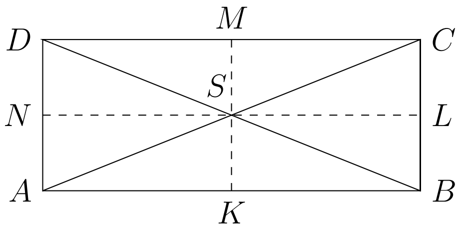
Stredné 18:

Plaško má obdĺžnik $ABCD$. Vzdialenosť priesečníka uhlopriečok S od strany BC je o $4\,\text{cm}$ väčšia ako od strany AB a obvod obdĺžnika je $72\,\text{cm}$. Aký je obsah trojuholníka ABS?

Výsledok: $77\,\text{cm}^2$

Riešenie:

Do obdĺžnika si prikleslíme úsečky, ktoré prechádzajú priesečníkom uhlopriečok S a sú kolmé na strany obdĺžnika $ABCD$ *(v obrázku vyznačené čiarkovanou čiarou)*. Priesečníky týchto úsečiek so stranami obdĺžnika $ABCD$ označme K, L, M a N. Keďže priesečník S delí uhlopriečky na polovice, budú aj body K, L, M a N deliť strany obdĺžnika na polovice.



Všimnime si, že sa nám takto rozdelil obdĺžnik na 8 rovnakých trojuholníkov *(každý je tvorený polovicou dlhšej strany obdĺžnika $ABCD$, polovicou kratšej strany obdĺžnika $ABCD$ a polovicou uhlopriečky obdĺžnika $ABCD$).* Z toho vyplýva, že obsah všetkých ôsmich trojuholníkov bude rovnaký.

Ďalej si všimnime, že trojuholník ABS sa skladá z dvoch takých trojuholníkov. Z dvoch takých trojuholníkov sa skladá aj obdĺžnik $KBLS$, teda platí, že trojuholník ABS má rovnaký obsah ako obdĺžnik $KBLS$.

Pozrime sa teraz na obvod obdĺžnika $KBLS$. Tvoria ho dve polovice dlhšej strany obdĺžnika $ABCD$ a dve polovice kratšej strany obdĺžnika $ABCD$. Vidíme teda, že obvod obdĺžnika $KBLS$ je dvakrát menší ako obvod obdĺžnika $ABCD$, teda $72\,\text{cm} : 2 = 36\,\text{cm}$.

Z obrázku vidíme, že dlhšia strana obdĺžnika $KBLS$ je rovná vzdialenosti priesečníka uhlopriečok S od strany BC a kratšia strana je rovná vzdialenosti priesečníka uhlopriečok S od strany AB. Zo zadania teda vyplýva, že dlhšia strana obdĺžnika $KBLS$ je o $4\,\text{cm}$ dlhšia ako jeho kratšia strana. To znamená, že jeho obvod sa skladá z dvoch kratších strán a dvoch kratších strán zväčšených o $4\,\text{cm}$. Celkovo sa teda jeho obvod skladá zo štyroch kratších strán a $4 \cdot 2\,\text{cm} = 8\,\text{cm}$. Kratšia strana sa teda bude rovnať $(36\,\text{cm} - 8\,\text{cm}) : 4 = 7\,\text{cm}$, dlhšia strana je o $4\,\text{cm}$ dlhšia, teda má $11\,\text{cm}$. Obsah obdĺžnika $KBLS$ je preto $11\,\text{cm} \cdot 7\,\text{cm} = 77\,\text{cm}^2$, čo je aj obsah trojuholníka ABS.

Stredné 19:

V lese je 110 kŕmidiel. V každom z nich je nenulový kladný celočíselný počet zŕn. Vieme, že existujú kŕmidlá, v ktorých je $1, 3, 5, \ldots, 99$ zŕn (všetky nepárne čísla od 1 po 99). Tiež vieme, že ku každému kŕmidlu vieme priradiť také kŕmidlo, aby súčet zŕn v týchto kŕmidlách bol 101. Koľko najviac zŕn je vo všetkých kŕmidlách spolu?

Výsledok: 6050

Riešenie:

Máme kŕmidlá, v ktorých je $1, 3, 5, \ldots, 99$ zŕn. Keďže pre každé kŕmidlo tam musí byť také, aby súčet ich zŕn bol 101, tak potrebujeme mať aj kŕmidlo so 100 zrnami (kvôli kŕmidlu s 1), 98 zrnami (kvôli kŕmidlu s 3), a tak ďalej až s 2 zrnami (kvôli kŕmidlu s 99).

Máme tam teda kŕmidla s počtom zŕn od 1 po 100. Dokopy v nich bude $101 \cdot 50 = 5050$ zŕn, keďže máme 50 dvojíc, v ktorých súčet je 101 (dvojice boli 1 a 100, 3 a 98 ... až 99 a 2).

Ostáva nám $110 - 100 = 10$ kŕmidiel. Chceme, aby v nich bolo čo najviac zŕn. Keďže pre každé kŕmidlo platí, že potrebujeme nájsť také, s ktorým v súčte má 101, a zároveň v každom je nenulový počet, tak vieme, že v kŕmidle je vždy najviac 100 zŕn.

Do každého zo zvyšných 10 kŕmidiel môžeme dať 100 zŕn, keďže už tam máme kŕmidlo, v ktorom je 1 zrno, čiže podmienka bude splnená. Dokopy v nich bude $10 \cdot 100 = 1000$ zŕn. Vo všetkých kŕmidlách spolu teda vieme mať najviac $5050 + 1000 = 6050$ zŕn.

Stredné 20:

Snehulienka pestuje repu. Koľko je $\overline{REPA}$, ak $\overline{REPA} + \overline{REP} + \overline{RE} + \overline{R} = 4321$? ($\overline{A}$ symbolizuje číslicu, pričom rovnaké písmená sú rovnaké číslice, rôzne sú rôzne.)

Výsledok: 3891

Riešenie:

Najprv sa pozrime na písmenko $\overline{R}$. Vieme povedať, že $\overline{REP}+\overline{RE}+\overline{R}$ bude najviac $999+99+9 = 1107$. Čiže $\overline{REPA}$ musí byť väčšie rovné ako $4321 - 1107 = 3214$, aby sedel súčet. Z toho plynie, že $\overline{R}$ je aspoň 3. Ak by $\overline{R} = 4$ a viac, tak už len súčet $\overline{REPA} + \overline{REP}$ by bol väčší ako 4400, čo nevyhovuje. To znamená, že $\overline{R} = 3$.

Výraz $\overline{REPA}$ vieme rozdeliť tak, že tisícky napíšeme zvlášť a bude to $\overline{R}000 + \overline{EPA}$. Následne keď $\overline{R} = 3$, tak $\overline{REPA} = 3000 + \overline{EPA}$. Úplne rovnako vieme upraviť aj $\overline{REP}$ a $\overline{RE}$. Máme potom $(3000 + \overline{EPA}) + (300 + \overline{EP}) + (30 + \overline{E}) + 3 = 4321$, z čoho plynie, že $\overline{EPA} + \overline{EP} + \overline{E}$ sa rovná $4321-3000-300-30-3 = 988$. Teraz sa pozrieme rovnakou úvahou na písmenko $\overline{E}$. Súčet $\overline{EP}+\overline{E}$ bude najviac $99+9 = 108$, čiže $\overline{EPA}$ musí byť aspoň $988-108 = 880$. Z toho plynie, že $\overline{E}$ je 8 alebo 9. Ak by $\overline{E} = 9$, tak už len $\overline{EPA}+\overline{EP}$ je väčšie ako 990, čo nesedí. Takže $\overline{E} = 8$.

Teraz vieme $\overline{EPA} + \overline{EP} + \overline{E} = 988$ prepísať na $(800 + \overline{PA}) + (80 + \overline{P}) + 8 = 988$. Z toho plynie, že $\overline{PA} + \overline{P}$ sa rovná $988 - 800 - 80 - 8 = 100$. Keďže $\overline{P}$ bude najviac 9, tak potrebujeme, aby $\overline{PA}$ bolo väčšie ako 90, a teda $\overline{P}$ musí byť 9. Potom $\overline{A}$ je 1, aby platilo $(90 + \overline{A}) + 9 = 100$. Spolu vieme, že $\overline{REPA}$ je 3891.

Ťažké

Ťažké 1:

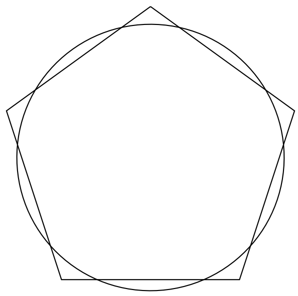
Najviac koľkokrát sa môžu pretnúť kružnica a pravidelný päťuholník?

Výsledok: desaťkrát

Riešenie:

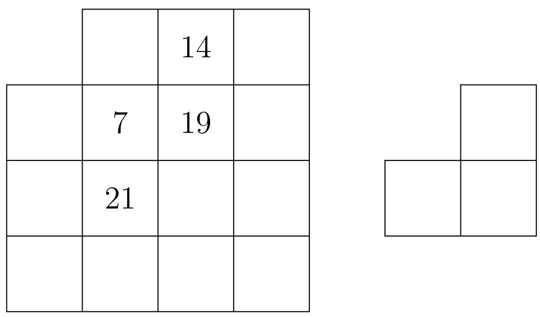
Kružnica a priamka sa pretnú v najviac 2 bodoch. Päťuholník je zložený z častí 5 priamok, takže pretne jednu kružnicu v najviac $2 \cdot 5 = 10$ bodoch.

Pritom je možné, aby sa preťali až v 10 rôznych bodoch, pre ľubovoľný pravidelný päťuholník môžeme zvoliť napríklad kružnicu so stredom v jeho strede pretínajúcu každú jeho stranu v pätine a v štyroch pätinách. Tým pádom 10 je hľadané maximum.



Ťažké 2:

Dudroš nakreslil magickú tabuľku. V magickej tabuľke platí, že súčet 3 čísel v každom útvare zloženom z 3 štvorcov, ako je na obrázku, je rovnaký. Tento útvar sa nesmie otáčať (súčet čísel musí byť rovnaký len v práve takto otočených útvaroch). S pomocou 4 už doplnených čísel určte súčet všetkých čísel v Dudrošovej tabuľke.



Výsledok: 186

Riešenie:

Vidíme, že jeden takýto útvar zložený z 3 štvorčekov, kde v každom je už vpísané číslo, v tabuľke máme. Vďaka tomu vieme, že súčet útvaru je $7 + 19 + 14 = 40$.

Na nasledujúcom obrázku je nakreslené, ako do našej magickej tabuľky vieme vložiť 4 takéto útvary bez toho, aby sa prekrývali. Každý je označený jedným z písmeniek A, B, C a D a v každom takomto útvare je súčet čísel 40. Dokopy teda vieme, že na týchto pozíciách je súčet čísel $4 \cdot 40 = 160$.

	A		B
A	A	B	B
	C		D
C	C	D	D

Ostáva nám určiť čísla vo zvyšných 3 prázdnych štvorčekoch. V tom v prvom riadku vieme, že máme číslo 14. Štvorček označený jednou hviezdičkou je súčasťou útvaru, kde už sú čísla 7 a 21. Keďže dokopy musia mať súčet 40, tak v štvorčeku s jednou hviezdičkou je $40 - 21 - 7 = 12$. Podobne štvorček s dvomi hviezdičkami je v útvare spolu s 21 a 19, čiže je v ňom číslo $40 - 21 - 19 = 0$.

		14	
	7	19	
$*$	21	$**$	

Súčet všetkých čísel v magickej tabuľke je $160 + 14 + 12 + 0 = 186$.

Ťažké 3:

Snehulienka si myslí číslo. Ak ho vydelí deviatimi, tak dostane dvojciferné číslo. Ak k nemu pripočíta 110, dostane štvorciferné číslo. Aké číslo si Snehulienka myslí?

Výsledok: 891

Riešenie:

Prvá veta zadania nám hovorí, že číslo, ktoré si myslí Snehulienka je deliteľné 9. Najväčšie možné číslo, ktoré tomu vyhovuje je $99 \cdot 9 = 891$. Ak by si myslela väčšie číslo ako 891, tak po delení 9 by dostala 100 alebo viac, čo je už trojciferné číslo.
Druhá veta zadania nám hovorí, že ak k nemu pripočíta 110, dostane štvorciferné číslo, teda toto číslo môže byť najmenej $1000 - 110 = 890$. Ak by totiž bolo menšie ako 890, tak po pripočítaní 110 by dostala číslo 999 alebo menšie, čo nie je štvorciferné číslo.
To nám necháva 2 možnosti – 890 a 891, avšak 890 nie je deliteľné 9. To znamená, že jediné riešenie je 891.

Ťažké 4:

Spachtoš hrá hru, v ktorej si hádže mincou. Vždy, keď padne hlava, získa bod, a vždy, keď padne číslo, tak bod stráca. Doposiaľ nazbieral 100 bodov a ostáva mu ešte 17 hodov. Koľko rôznych počtov bodov môže mať na konci?

Výsledok: 18

Riešenie:

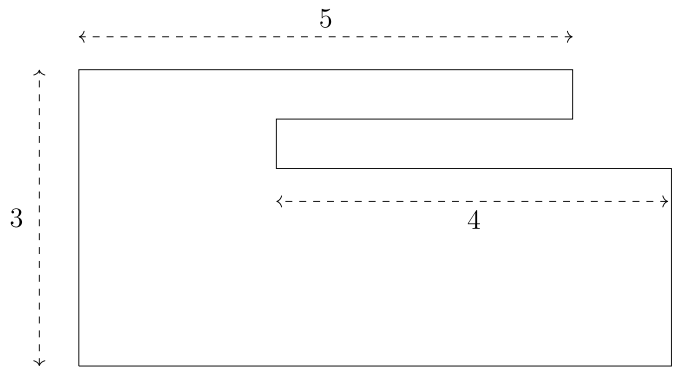
Pozrieme sa na najmenší a najväčší počet bodov, ktorý môže Spachtoš na konci dostať. Najmenší dostane, ak každý hod stratí bod, čo je $100 - 17 = 83$. Naopak najväčší dostane, ak každý hod získa bod, čo je $100 + 17 = 117$. Na konci teda môže mať body iba v tomto rozmedzí.

Ďalej si všimneme, že sa po každom ťahu strieda, či je počet bodov párny alebo nepárny. Ak totiž ku párnemu číslu pripočítame alebo odpočítame 1, tak sa z neho stane nepárne, a naopak. Po 17 hodoch musí byť teda počet bodov na konci nepárny. Medzi číslami počnúc 83 a končiac 117 sa nachádza práve 18 nepárnych čísel.

Môže sa ale Spachtoš dostať na každé z týchto nepárnych čísel? Áno, môže. Prvých niekoľko hodov môže iba strácať alebo získavať body, kým sa nedostane na číslo, na ktoré z týchto čísel chce. Takýchto hodov je nepárny počet, keďže pôvodný počet bodov je párny a konečný je nepárny. Dokopy mal 17 hodov, čo je nepárne číslo, čiže mu ostáva párny počet hodov, kde môže striedavo stratiť a získať bod, čím celkový počet bodov ostane na jeho vybranom nepárnom čísle.

Ťažké 5:

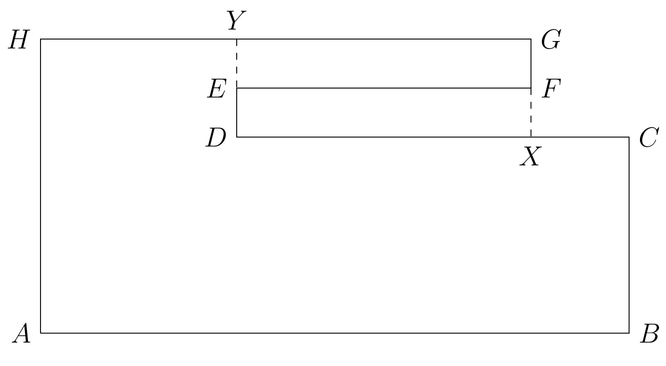
Na obrázku je plánik Snehulienkinej záhrady. Každé dve susedné strany sú na seba kolmé. Aký je obvod záhrady?



Výsledok: 24

Riešenie:

Jednotlivé vrcholy záhrady si označíme ako na obrázku. Vieme, že dĺžka strany AH je 3. Potom vďaka tomu, že susedné strany sú na seba kolmé, tak aj súčet dĺžok BC, DE a FG je 3, keďže vidíme, že nám dokopy vytvoria úsečku, ktorá je rovnako dlhá ako AH.



Zo zadania platí, že GH má dĺžku 5 a CD má dĺžku 4. Ostáva nám ešte určiť súčet dĺžok EF a AB. Keď sa pozrieme na úsečku EF, tak vidíme, že je rovnako dlhá ako úsečka GY. Taktiež úsečka AB je rovnako dlhá ako súčet úsečiek CD a HY. Čiže platí, že súčet dĺžok EF a AB je rovnaký ako súčet dĺžok GY, HY a CD, pričom GY a HY je dokopy vlastne úsečka GH. Práve sme ukázali, že EF a AB sú dokopy rovnako dlhé ako súčet dĺžok GH a CD, čo je $5 + 4 = 9$.

Keď si to zhrnieme, tak:

- zo zadania dĺžka AH je 3, dĺžka GH je 5 a dĺžka CD je 4,
- ukázali sme, že súčet dĺžok BC, DE, FG je 3
- a ukázali sme, že súčet dĺžok EF a AB je 9.

Obvod je potom $3 + 5 + 4 + 3 + 9 = 24$.

Ťažké 6:

V Snehulienkinej záhrade je 133 lienok bez bodiek. Hapčí najprv prikreslil bodku každej druhej lienke, potom každej tretej a potom každej piatej. Koľko bude na konci lienok s práve dvoma bodkami?

Výsledok: 31

Riešenie:

Uvedomme si, že úloha sa nás v podstate pýta, koľko je celých čísel od 1 po 133 takých, že sú deliteľné práve dvomi z čísel 2, 3 a 5, keďže práve lienky s takýmito poradovými číslami budú mať presne 2 bodky. Zistime najprv, koľko je takých čísel, že:

- sú deliteľné číslami 2 aj 3,
- sú deliteľné číslami 3 aj 5,
- sú deliteľné číslami 2 aj 5.

Čísla deliteľné dvomi aj tromi sú práve tie, ktoré sú deliteľné aj šiestimi. Násobkov šestky po 133 je 22, keďže najväčší z nich je 132 a platí $132 : 6 = 22$.

Ďalej čísla deliteľné tromi aj piatimi sú práve tie, ktoré sú deliteľné aj pätnástimi. Násobkov pätnástky po 133 je 8, keďže najväčší z nich je 120 a platí $120 : 15 = 8$.

Nakoniec čísla deliteľné dvomi aj piatimi sú práve tie, ktoré sú deliteľné aj desiatimi. Násobkov desiatky po 133 je 13.

Vo všetkých troch možnostiach sme ale zarátali aj čísla, ktoré sú deliteľné dvomi, tromi aj piatimi. Tie musia byť deliteľné aj číslom $2 \cdot 3 \cdot 5$, teda tridsiatkou. Také sú do 130 len 4, a to 30, 60, 90 a 120. Tie odrátajme od už nájdených možností, a tak zistíme, že do 133 je čísel

- deliteľných číslami 2 aj 3, no nie aj číslom 5, práve $22 - 4 = 18$,
- deliteľných číslami 3 aj 5, no nie aj číslom 2, práve $8 - 4 = 4$,
- deliteľných číslami 2 aj 5, no nie aj číslom 3, práve $13 - 4 = 9$.

Dokopy je teda $18 + 4 + 9 = 31$ čísel deliteľných práve dvomi z čísel 2, 3 a 5. Lienok s presne dvoma bodkami je preto tiež 31.

Ťažké 7:

Máme trojicu celých čísel, pričom každé je väčšie ako 0. Platí, že jedno z týchto troch čísel sa rovná súčtu zvyšných dvoch. Prišiel Kýblik, jedno z čísel zvýšil o 1 a teraz sa jedno z čísel rovná súčinu zvyšných dvoch. Potom prišiel Plaško, opäť niektoré z čísel zvýšil o 1 a dostal trojicu navzájom rôznych čísel, pre ktorú je rozdiel najmenšieho a najväčšieho čísla 2023. Aké je prostredné číslo tejto novej trojice?

Výsledok: 2023

Riešenie:

Budeme nazývať prvou trojicou pôvodnú trojicu, ktorú sme mali pred Kýblikovým zvýšením, druhou trojicou trojicu hneď po prvom zvýšení a treťou trojicou výslednú trojicu po dvoch zvýšeniach.

V tretej trojici je rozdiel najväčšieho a najmenšieho z čísel rovný 2023. Najmenšie ani najväčšie číslo nemohlo klesnúť počas úprav čísel, lebo sme ich iba zvyšovali, a každé z nich každým krokom stúplo nanajvýš o 1, takže rozdiel najväčšieho a najmenšieho z prvej trojice nebol menej ako 2021 a rozdiel najväčšieho a najmenšieho z druhej trojice nebol viac ako 2024.

Súčet dvoch čísel väčších ako 0 je vždy vyšší ako sčítance, teda v prvej trojici je súčtom najväčšie číslo a sčítancami zvyšné dve (ktoré musia byť menšie). Rozdiel najväčšieho a najmenšieho je tým pádom rovný prostrednému, a teda prostredné je aspoň 2021. Odtiaľ aj prostredné číslo druhej trojice je aspoň 2021.

V druhej trojici máme súčin, čo znova musí byť najvyššie z čísel – zvyšné dve budú činitele (tentokrát nemusia byť menšie). Keďže prostredné číslo je podľa druhého odseku aspoň 2021, najväčšie číslo je aspoň 2021-násobok najmenšieho. Aký je potom rozdiel najväčšieho a najmenšieho? Určite aspoň 2020-násobok najmenšieho. Podľa druhého odseku však nie je vyšší než 2024. Z toho máme, že 2020-násobok najmenšieho čísla druhej trojice je nanajvýš 2024, čiže najmenšie číslo druhej trojice musí byť 1.

V tejto druhej trojici najvyššie číslo je súčinom zvyšných dvoch, z ktorých jedno je 1. To značí, že zvyšné dve – väčšie, pretože z troch celých čísel vyšších ako 0 sme nemohli zvýšením jedného dostať tri 1 – sú si rovné. Tretiu trojicu Plaško mohol vyrobiť dvojako: zvýšením 1 alebo zvýšením jedného z dvoch rovnakých väčších čísel. Zvýšením čísla 1 by však ponechal zvyšné čísla rovnaké, čiže by v poslednej trojici neboli čísla navzájom rôzne. Musel teda nechať 1 na pokoji a zvýšiť jedno z väčších čísel.

Najmenším číslom tretej trojice tak bolo 1, najväčším 2024. 2024 bolo nutne výsledkom zvýšenia jedného z dvoch výskytov 2023 v druhej trojici, druhý prežil ako hľadané prostredné číslo tretej.

Ťažké 8:

V kráľovstve žijú dve rodiny – Pravdomilci a Klamárovci. Pravdomilci vždy hovoria pravdu a Klamárovci vždy klamú. Dvanásť obyvateľov kráľovstva si sadlo k okrúhlemu stolu a každý prehlásil: „Obaja, ktorí sedia vedľa mňa, sú Klamárovci.“ Koľko najmenej a koľko najviac Klamárovcov mohlo sedieť pri stole?

Výsledok: najmenej 6, najviac 8

Riešenie:

Pozrime sa najprv na ľubovoľného Pravdomilca pri stole. Keďže hovorí pravdu, tak vedľa neho z oboch strán musia sedieť Klamárovci. Teda z toho vieme, že dvaja Pravdomilci nemôžu sedieť vedľa seba. To znamená, že z dvanástich ľudí, môže byť pri stole najviac šesť Pravdomilcov (každý druhý). Takže najmenší počet Klamárovcov môže byť šesť.

Pozrime sa na ľubovoľnú trojicu obyvateľov, ktorí sedia vedľa seba pri stole. Už vieme, že ak sedí v strede Pravdomilec, tak zvyšní dvaja sú Klamárovci.

Ak sedí v strede trojice Klamárovec, tak vieme, že zvyšní dvaja nemôžu byť obaja Klamárovci. Je to preto, lebo veta: “Obaja, ktorí sedia vedľa mňa, sú Klamárovci.” je klamstvo. Na to, aby to bolo klamstvo, stačí, že pri ňom sedí aspoň jeden Pravdomilec. Máme teda dve možnosti, buď vedľa Klamárovca sedia dvaja Pravdomilci, alebo jeden Pravdomilec a jeden Klamárovec.

Z tohto sme sa dozvedeli, že keď máme trojicu sediacu pri sebe, tak je medzi nimi vždy jeden alebo dvaja Klamárovci (ale nikdy traja Klamárovci).

Dvanásť obyvateľov pri stole si môžeme rozdeliť na 4 takéto trojice (tak, aby sa neprekrývali). V každej tejto trojici sú najviac dvaja Klamárovci. Teda najviac môže byť pri stole 8 Klamárovcov.

Pre overenie si ešte nájdime, ako môžu sedieť pri stole, aby ich tam sedelo 6, respektíve 8.

Ak chceme, aby ich tam bolo 6, tak sedia na striedačku Klamárovec, Pravdomilec, a tak ďalej.

Ak chceme, aby ich tam bolo 8, tak skúsme ich posadiť tak, aby v každej trojici boli práve dvaja Klamárovci. To sa dá tak, že posadíme k sebe dvoch Klamárovcov a jedného Pravdomilca, ďalej opäť dvoch Klamárovcov a jedného Pravdomilca a tak ďalej.

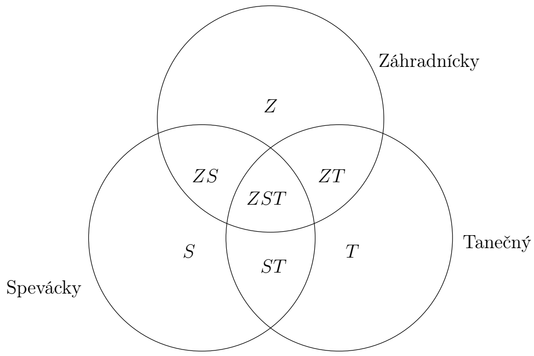
Ťažké 9:

Trpaslíci v škole chodia na 3 krúžky – záhradnícky, tanečný a spevácky. Platí, že každý trpaslík chodí na aspoň 1 krúžok. V škole je spolu 30 trpaslíkov. 15 z nich chodí na záhradnícky krúžok a z toho 6 chodí aj na tanečný. 7 trpaslíkov chodí na tanečný aj spevácky krúžok, ale nie na záhradnícky. 12 trpaslíkov chodí iba na 1 krúžok, z toho 3 na spevácky. Napokon platí, že na tanečný a spevácky krúžok chodí rovnako veľa trpaslíkov. Koľko trpaslíkov chodí na všetky 3 krúžky?

Výsledok: 3

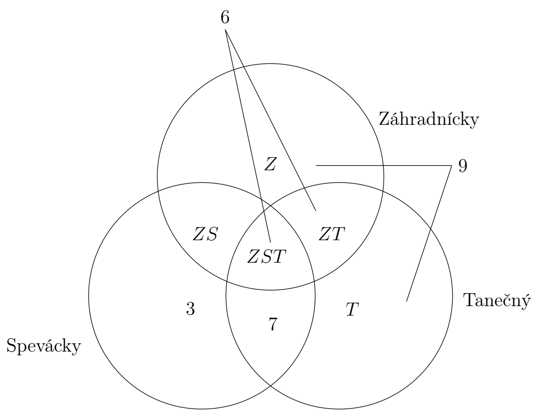
Riešenie:

Jednotlivé krúžky v škole označíme písmenkami Z, T a S a znázorníme si ich tromi kruhmi ako na obrázku. Horný kruh je záhradnícky, pravý je tanečný a ľavý je spevácky krúžok. Ak sa nám napríklad horný a ľavý kruh na obrázku pretnú, tak tá oblasť bude predstavovať trpaslíkov, ktorí chodia aj na záhradnícky aj na spevácky krúžok. Do každej oblasti si vpíšeme písmenka podľa toho, na aké krúžky títo trpaslíci chodia.



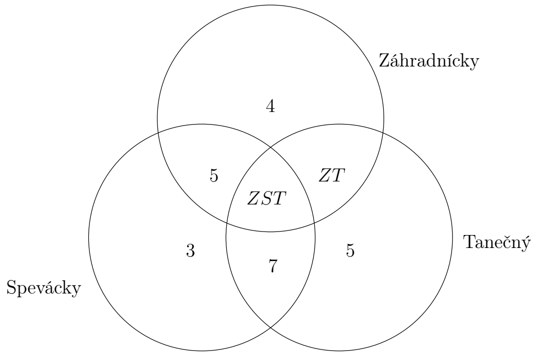
Zo zadania vieme, že je 7 trpaslíkov, ktorí chodia na tanečný a spevácky krúžok, ale nie na záhradnícky. Takže v oblasti ST máme 7 trpaslíkov. Vieme, že 12 trpaslíkov chodí iba na 1 krúžok, z toho 3 na spevácky. Takže v oblasti S budeme mať 3 trpaslíkov. Potom iba na tanečný alebo iba na záhradnícky chodí dokopy $12 - 3 = 9$ trpaslíkov, čiže v oblasti Z a T budeme mať dokopy 9.

Ďalej vieme, že z 15 trpaslíkov, ktorí chodia na záhradnícky krúžok je 6 takých, že chodia aj na tanečný. Trpaslíci, ktorí chodia aj na záhradnícky aj na tanečný krúžok sú práve tí, ktorí sú v oblasti ZT a ZTS. Takže v týchto dvoch oblastiach máme dokopy 6 trpaslíkov.



Teraz keď sme si všetko toto zaznačili do obrázka, tak vidíme, že nám ostala posledná oblasť ZS. Vieme, že v škole je 30 trpaslíkov a každý z nich chodí na aspoň 1 krúžok. Čo znamená, že každý patrí do jednej z týchto 7 oblastí, ktoré na obrázku máme (podľa toho, na aké krúžky chodí). Zatiaľ máme do 6 oblastí rozdelených $3+7+6+9 = 25$ trpaslíkov. Takže v oblasti ZS musí byť $30-25 = 5$ trpaslíkov.

Vieme, že na záhradnícky krúžok chodí 15 trpaslíkov, čiže v oblastiach Z, ZS, ZT, ZST je dokopy 15. Lenže my už vieme, že v ZS je 5 a v ZT a ZTS je dokopy 6. Čiže v oblasti Z musia byť $15-5-6 = 4$ trpaslíci. Lenže potom v T musia byť $9 - 4 = 5$ trpaslíci.



Posledná informácia je, že na spevácky a tanečný krúžok chodí rovnako veľa trpaslíkov. Vidíme, že na tanečný chodí $5+7 = 12$ a trpaslíci zo ZST a ZT, ktorých je dokopy 6, čiže celkovo $12+6 = 18$ trpaslíkov. Potom na spevácky krúžok chodí tiež 18 trpaslíkov. Z obrázku vidíme, že tam chodí $3 + 5 + 7 = 15$ a trpaslíci z oblasti ZST. To znamená, že v ZST (teda trpaslíci, ktorí chodia na všetky tri krúžky) sú 3.

Ťažké 10:

Vedko ide na 3 dni do bane. Berie si tam zelené, žlté a červené topánky, fialové, modré a oranžové traky. Zelené topánky si obúva vždy k fialovým trakom. Červené topánky si nikdy neobúva k oranžovým trakom. Koľko rôznych postupností kombinácií topánok a trakov na dané 3 dni môže Vedko mať, keď nebude mať jedny topánky ani jedny traky dva dni po sebe?

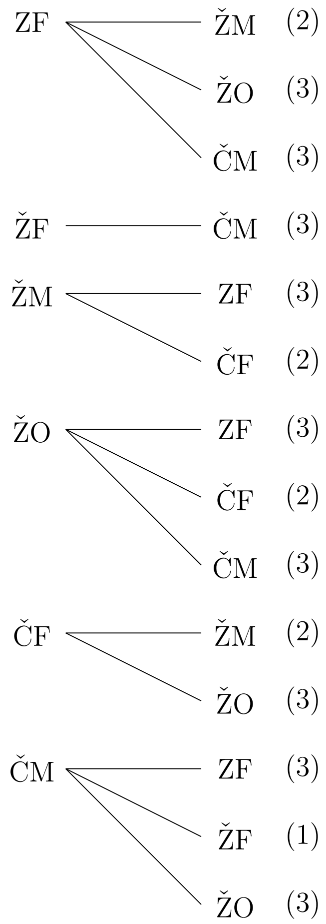
Výsledok: 36

Riešenie:

Pre jednoduchosť budeme označovať farby topánok a trakov prvými písmenami z názvu farby. Na začiatok si do ľavého stĺpca vypíšeme všetky dvojice topánok a trakov, ktoré spolu Vedko podľa zadania mohol mať *(napr. ZF bude symbolizovať zelené topánky a fialové traky, možnosti ZM, ZO a ČO podľa zadania nevyhovujú)*. Takéto možnosti by mal v prvý deň.

Do druhého stĺpca si vždy ku každej dvojici prvého dňa vypíšeme dvojice, ktoré si mohol vziať druhý deň. Vždy postupne prejdeme všetky možnosti z prvého stĺpca a opíšeme tie, v ktorých sa neopakuje ani farba topánok, ani farba trakov *(napr. ak má v prvý deň ZF, v druhý deň nesmie vziať ani ZF, ani ŽF, ani ČF, pretože by sa opakovala farba z predchádzajúceho dňa, zvyšné tri, teda ŽM, ŽO a ČM vyhovujú)*.

Po takomto systematickom vypísaní vieme zistiť, koľko rôznych dvojíc topánok a trakov si vieme po ktorej kombinácii v nasledujúci deň vziať *(napr. vidíme, že ak má v jeden deň ZF, v ďalší deň má 3 rôzne možnosti, ktoré si môže vziať – ŽM, ŽO a ČM)*. Do tretieho stĺpca si tak vieme už len vypísať počty rôznych dvojíc, ktoré si vieme k danej dvojici v druhom dni v tretí deň obliecť *(napr. vidíme, že ku ŽM si môžeme v druhý deň vziať dve rôzne kombinácie – ZF a ČF – preto v prvom riadku zapíšeme za ŽM číslo 2)*.



Teraz si stačí uvedomiť, že v treťom stĺpci máme postupne vypísaný počet kombinácii, ktoré si vie v tretí deň obliecť podľa predchádzajúcich dvoch dní. Keďže sme naším postupom žiadnu kombináciu dvoch dvojíc v prvých dvoch dňoch nezopakovali, stačí sčítať čísla, ktoré máme v treťom stĺpci, a dostaneme tak celkový počet kombinácií, ktoré má Vedko k dispozícii. Spolu ich je v súčte $2+3+3+3+3+2+3+2+3+2+3+3+1+3 = 36$.

Zadania starších ročníkov nájdete na `malynar.strom.sk/sk/mamut`.

autori:	Nina Anna Betáková, Oskar Cacara, Martin Dudjak, Katarína Farbulová, Bianka Gurská, Mimi Hanus, Adela Horváthová, Miriam Horváthová, Oskar Hritz, Lucia Kleščová, Martin Kopčány, Matúš Libák, Kristína Mišlanová, Erik Novák, Natália Poliačiková, Ján Richnavský, Oliver Seman, Tomáš Sukeľ, Martin Šmilňák, Ľubomír Vargovčík, Štefan Vašak, Veronika Vodičková
recenzia a úprava:	Viktória Brezinová, Mimi Hanus, Miriam Horváthová, Peter Kovács, Matúš Libák, Michal Masrna, Martin Mihálik, Lujza Milotová, Patrik Paľovčík, Ján Richnavský, Štefan Vašak
názov:	**Mamut – 2. 6. 2023**
vydavatelia:	Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedecká fakulta Združenie STROM
web:	`malynar.strom.sk/sk/mamut` `www.upjs.sk/prirodovedecka-fakulta/`